



ÇARPANLAR VE KATLAR



- ✓ Çarpanlar
- ✓ Asal Çarpanlar
- ✓ Aralarında Asallık
- ✓ En Küçük Ortak Kat - EKOK
- ✓ En Büyük Ortak Bölen - EBOB

Çarpan (Bölen)

*Bir sayının çarpanı o sayının aynı zamanda bölenidir.

ÇARPAN=BÖLEN

Örneğin; 12 sayısının çarpanları: 1,2,3,4,6,12'dir. Bu sayılar aynı zamanda 12 sayısını tam bölen sayılardır.

 Bir sayının en küçük çarpanı(böleni) 1, en büyük çarpanı(böleni) ise kendisidir.

Asal Sayı

*Yalnızca 1'e ve kendisine bölünebilen sayılara asal sayılar denir.

Örneğin; 11, 23, 29, 47, 97, ...

 1 asal sayı değildir.
En küçük asal sayı 2'dir.
Tek çift asal sayı 2'dir.

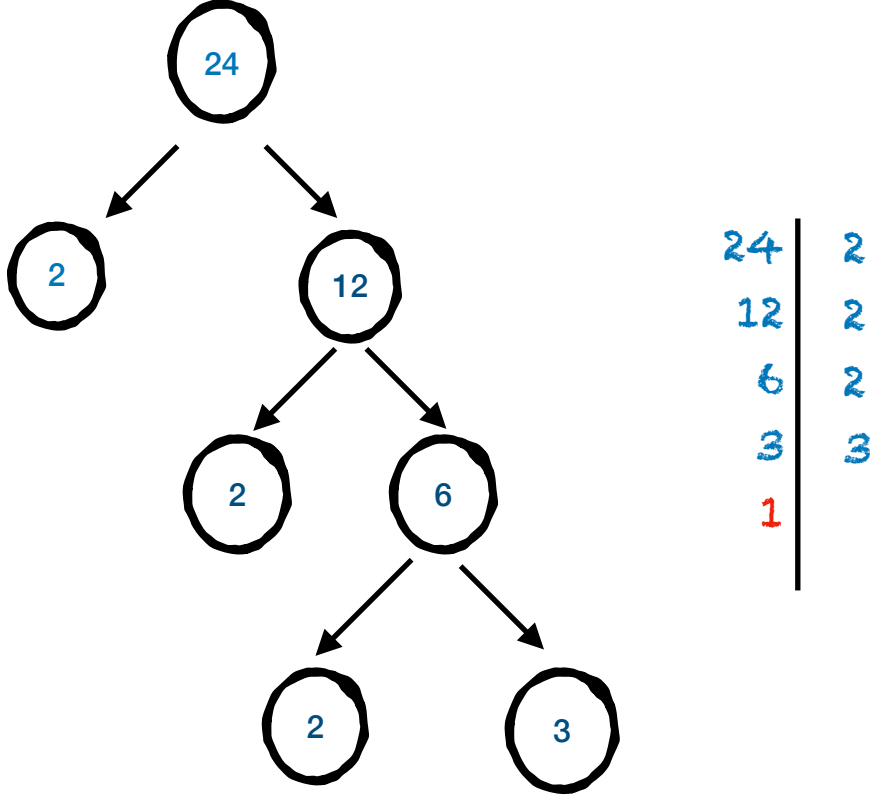
 En küçük iki basamaklı asal sayı 11'dir.
En büyük iki basamaklı asal sayı 97'dir.

X **DİKKAT!**
51 ve 91 asal sayı değildir.

Asal arpanlar

*Sayıları asal çarpanlarına ayırmanın 2 yöntemi vardır: Çarpan ağıacı ve Asal arpan Algoritması. Biz genellikle daha pratik olan asal çarpan algoritmasını kullanmayı tercih ederiz.

Örneğin; 24 sayısını iki yöntemle de asal çarpanlarına ayıralım.



24 sayısının asal arpanları; 2 ve 3'tür.



sl sayı olarak yazılışı ise; $24 = 2^3 \cdot 3^1$

Alıştırma; 36 sayısını iki yöntemle de asal çarpanlarına ayırın.

Aralarında Asallık

*İki sayının 1'den başka ortak böleni yoksa bu sayılar aralarında asaldır.

Örneğin; 7 ile 5 aralarında asaldır. Çünkü;

7'nin bölenleri: 1, 7

5'in bölenleri: 1, 5 'dir. 1'den başka ortak bölenleri olmadığından 7 ve 5 aralarında asaldır.

Sayıların aralarında asal olması için asal olmaları gerekmez.

Örneğin; 8 ve 15 sayıları asal olmasa da aralarında asaldır.

Asal sayılar aralarında da asaldır.

5 ve 11 hem asal hem de aralarında asal sayılardır.

1 ile bütün pozitif tam sayılar aralarında asaldır.

Ardışık iki sayı aralarında asaldır.

6 ve 7, 100 ve 101 ardışık sayı çiftleri aralarında asaldır.

En Küçük Ortak Kat - EKOK

*İki doğal sayının ortak katlarının en küçüğü EKOK şeklinde kısaltılır.

Örneğin;

6'nın katları: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, ...

8'in katları: 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, ...

Ortak katlar: 24, 48, ...

$EKOK(6,8) = 24$

En Büyük Ortak Bölen - EBOB

*İki doğal sayının ortak bölenlerinden en büyüğü EBOB şeklinde kısaltılır.

Örneğin;

12'nin bölenleri: 1, 2, 3, 4, 6, 12

18'in bölenleri : 1, 2, 3, 6, 9, 18

Ortak bölenler : 1, 2, 3, 6

$EBOB(12,18) = 6$

EKOK Alma

*Birden fazla sayının EKOK'u alınırken bu sayılar asal bölen listesinde asal çarpanlarına ayrılır ve listenin sağında kalan sayıların tümü çarpılır. Çıkan sonuç bu sayıların EKOK'u olur.
Örneğin 18 ve 15 sayılarının EKOK'unu alalım;

$$\begin{array}{cc|c}
 18 & 15 & 2 \\
 9 & 15 & 3 \\
 3 & 5 & 3 \\
 1 & 5 & 5 \\
 & 1 &
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{cc|c} 18 & 15 & 2 \\ 9 & 15 & 3 \\ 3 & 5 & 3 \\ 1 & 5 & 5 \\ & 1 & } \right\} \Rightarrow 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 90$$

$$\text{EKOK}(18,15)=90$$

Alıştırma: 36, 24 ve 50 sayılarının EKOK'unu alın.

EBOB Alma

*Birden fazla sayının EBOB'u alınırken bu sayılar asal bölen listesinde asal çarpanlarına ayrılır ve yazılan her sayıyı ortak olarak bölen sayılar işaretlenir. Daha sonra sadece işaretlenen sayılar çarpılarak EBOB bulunmuş olur.

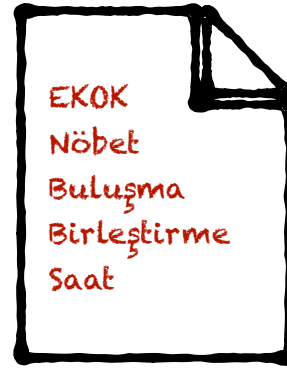
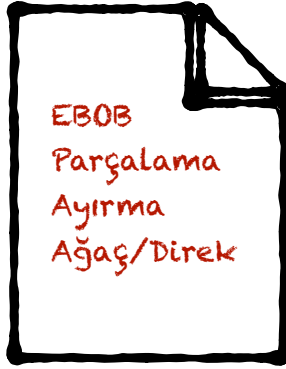
Örneğin 20 ve 40 sayılarının EBOB'unu alalım;

$$\begin{array}{cc|c}
 20 & 40 & 2* \\
 10 & 20 & 2* \\
 5 & 10 & 2 \\
 5 & 5 & 5* \\
 1 & 1 &
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{cc|c} 20 & 40 & 2* \\ 10 & 20 & 2* \\ 5 & 10 & 2 \\ 5 & 5 & 5* \\ 1 & 1 & } \right\} \Rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$$

$$\text{EBOB}(20,40)=20$$

EBOB VE EKOK PROBLEMLERİ

- *Bütünden parçaya gidilen problemlerde EBOB,
- *Parçadan bütüne gidilen problemlerde EKOK kullanılır.



Örnek;

Ağırlıkları 40 kg ve 56 kg olan birer şoval piring ve mercimek birbirine karıştırılmadan ve hiç artmayacak şekilde eşit ağırlıktaki poşetlere doldurulacaktır.

a) Poşetler en çok kaç kilogramlık olmalıdır?

Bir poşetin ağırlığı en fazla 40 ve 56 sayılarının EBOB'u kadar olur. $EBOB(40, 56) = 8$ kg

b) Bu iş için en az kaç poşet gerekir?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Piring için} \rightarrow 40 : 8 = 5 \\ \text{Mercimek için} \rightarrow 56 : 8 = 7 \end{array} \right\} 5+7=12$$

Örnek;

Hakan, cevizlerini dörderli veya altışarlı saydığında her defasında 3 cevizi artıyor.

a) Hakan'ın en az kaç cevizi vardır?

Hakan'ın cevizlerinin sayısı 4'ün ve 6'nın en küçük ortak katından 3 fazla olmalıdır.

$$EKOK(4,6) = 12$$

Ceviz sayısı en az: $12 + 3 = 15$ 'tir.

b) Hakan'ın cevizleri 70'ten fazla olduğuna göre ceviz sayısı en az kaçtır?

EKOK'u genişleterek 12'nin 70'ten büyük en küçük katını bulalım.

$$12 \cdot 6 = 72 \text{ olduğundan ceviz sayısı } 72 + 3 = 75$$

EBOB VE EKOK ÖZELLİKLERİ

*EBOB ve EKOK sorularında bazı özellikleri bilmek soruları daha hızlı gözmemizi sağlar. Şimdi bu özelliklere bakalım.

1) Birbirinin tam katı olan iki sayının EBOB'u küçük olan sayıya, EKOK'u büyük olan sayıya eşittir.



20 ve 40 sayılarının EBOB ve EKOK'larını bulalım.

• $EBOB(20,40) = 20$ • $EKOK(20,40) = 40$

2) Aralarında asal sayıların EBOB'u 1'e, EKOK'u bu sayıların çarpımına eşittir.



8 ve 25 sayılarının EBOB ve EKOK'larını bulalım.

• $EBOB(8,25) = 1$ • $EKOK(8,25) = 8.25 = 200$

3) Asal çarpanlarına ayrılmış biçimde verilen iki sayının;

• EBOB'unu bulmak için ortak asal çarpanlardan üsleri küçük olanlar çarpılır.

• EKOK'unu bulmak için tüm asal çarpanlardan üsleri büyük olanlar çarpılır.



$A=2^3.3.5$ ve $B=2^2.3^2.7$ olduğuna göre bu sayıların;

EBOB ve EKOK'larını hesaplayalım.

• $EBOB(A,B) = 2^2.3$ • $EKOK(A,B) = 2^3.3^2.5.7$

4) İki doğal sayının çarpımı bu sayıların EBOB'u ile EKOK'unun çarpımına eşittir.

$$A.B = EBOB(A,B).EKOK(A,B)$$

En büyük ortak böleni 5 ve en küçük ortak katı 75 olan iki sayının çarpımını bulalım.



$$A.B = EBOB(A,B).EKOK(A,B)$$

$$A.B = 5.75$$

$$A.B = 375$$