

1.Ünite

çarpanlar ve katlar,üslü ifadeler

- Her doğal sayı iki doğal sayının çarpımı olarak yazılabilir. Bu iki sayıdan her birine o sayının **çarpanı** denir. Bu çarpanlar aynı zamanda o sayıyı kalansız böldüğü için **bir doğal sayının çarpanları aynı zamanda bölenleridir.**

önemli😊

Çarpanları yazarken 1'den başlayarak son yazdığımız çarpanlara eşit olana kadar sırayla gitmek işlemlerinizi kolaylaştırır.

Ayrıca **bölünebilme kuralları** konusunu tekrar ederseniz bu konuda ve sonraki konularda faydasını görürsünüz.

Asal sayılar

- Pozitif çarpanları (bölenleri) sadece 1 ve kendisi olan 1'den büyük sayılara asal sayılar denir.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, ... sayıları birer asal sayıdır.
- Bir sayının çarpanlarından asal olanlarına bu sayının **asal çarpanları** denir.

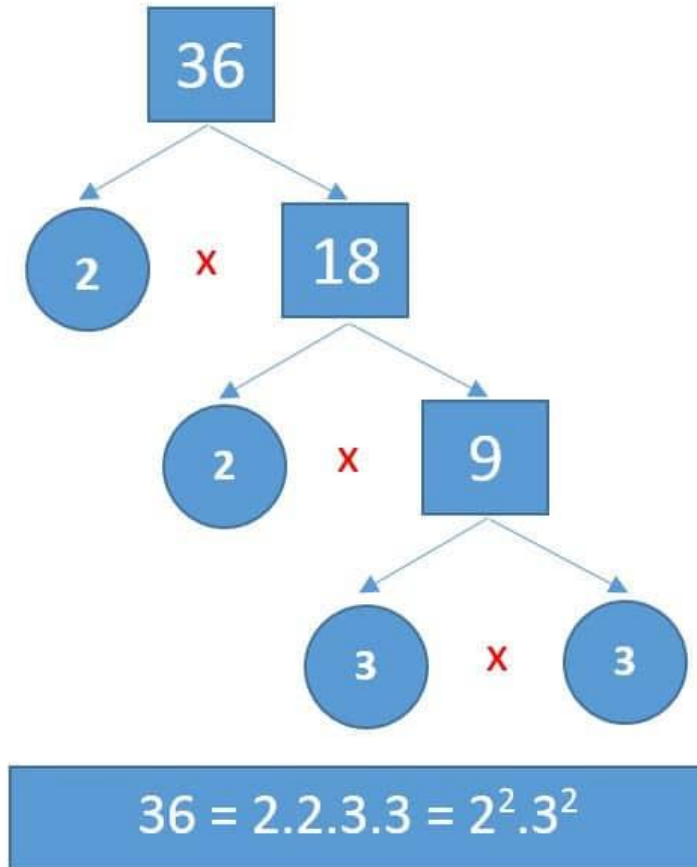
Asal çarpanları bulma

- Sayıların asal çarpanlarını bulmayı ve bir sayıyı asal çarpanlarının çarpımı şeklinde yazmayı aşağıdaki iki yöntemle yapabiliriz.
- **1) ÇARPAN AĞACI**
- Çarpan ağacı nedir, nasıl yapılır görelim.
- Bir sayıyı iki sayının çarpımı şeklinde yazarız (en küçük asal sayıdan başlayabiliriz). Daha sonra bulduğumuz sayıları asal sayı olana kadar bu işleme devam ederiz. Oluşan dalların uçlarındaki sayılar sayımızın asal çarpanlarıdır
- Çarpan ağacında dalların uçlarındaki asal sayıların çarpımı, çarpanlarına ayırdığımız sayıyı verir. Bir sayıyı bu şekilde yazarsak asal çarpanlarının tabanlarda bulunduğu üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazmış oluruz.

örnek

- 36 sayısını çarpan ağacı kullanarak asal çarpanlarına ayıralım.
- 36 sayısının çarpanları : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36'dır. Bunu [bir sayının çarpanları](#) konumuzda öğrenmiştik. Bu sayılardan asal sayı olanları asal çarpanlarımızdır.
- 36 sayısının asal çarpanları: 2 ve 3'tür. Şimdi bunu çarpan ağacı ile bulalım:

çözüm



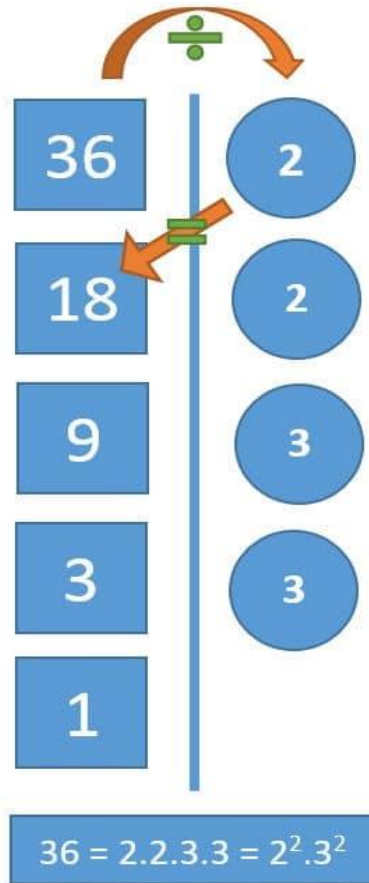
36 sayısının asal çarpanlarının çarpımı şeklinde yazılmış hali $36 = 2^2 \cdot 3^2$ 'dir.



- **2) BÖLEN LİSTESİ (Asal Çarpanlar Algoritması)**
- Bölen listesi yani diğer adıyla asal çarpanlar algoritması nedir, nasıl yapılır görelim.
- Sayımızın yanına dikey bir çizgi çekeriz ve en küçük asal sayıdan başlayarak ve tam bölünmediğinde bir sonraki asal sayıya geçerek bölme işlemi yaparız. 1'i elde edince işlemimiz sona erer. Çizginin sağında kalan sayılar sayımızın asal çarpanlarıdır.
- Bölen listesinde çizginin sağındaki asal sayıların çarpımı, çarpanlarına ayırdığımız sayıyı verir. Bir sayıyı bu şekilde yazarsak asal çarpanlarının tabanlarda bulunduğu üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazmış oluruz.

örnek

- 36 sayısını bölen listesi ile asal çarpanlarına ayıralım.
- 36 sayısını 2'den başlayarak asal sayılara sırayla bölüyoruz.
- 1'i elde ettiğimizde çizginin sağ tarafında kalan sayılar 36'nın asal çarpanlarıdır.
- 36 sayısının asal çarpanları 2 ve 3'tür.
- Çizginin sağ tarafındaki sayıları çarparak 36 sayısını elde edebiliriz.
- 36 sayısının asal çarpanlarının çarpımı şeklinde yazılmış hali $36 = 2^2 \cdot 3^2$ 'dir.



H. Aysun COŞKUN



EBOB ve EKOK

- İki ya da daha fazla doğal sayının ortak katlarının en küçüğüne bu sayıların **en küçük ortak katı**, kısaca **ekoku** denir. a ve b doğal sayılarının en küçük ortak katı **EKOK(a,b)** veya $(a,b)_{\text{ekok}}$ şeklinde gösterilir.

Örnek

- Şimdi ekok nedir daha iyi anlayabilmek için bir örnek verelim.
- **ÖRNEK:** 6 ve 8 sayılarının en küçük ortak katını adım adım bulalım.
- # Öncelikle 6 ve 8 sayılarının katlarını yazalım:
- ([Ortak Bölenler ve Katlar](#) konusuna göz atabilirsiniz.)
- 6'nın katları : 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, ...
- 8'in katları : 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, ...
- # Şimdi bu katlardan ortak olanlarını işaretleyelim.
- 6'nın katları : 6, 12, 18, **24**, 30, 36, 42, **48**, ...
- H. Aysun COŞKUN





- 8'in katları : 8, 16, **24**, 32, 40, **48**, 56, 64, ...
- # Bu ortak katlardan en küçüğü ekok'tur.
- Ortak katlar: **24**, 48,



- En küçük ortak kat (EKOK) = 24
- $\text{EKOK}(6,8) = 24$ veya $(6,8)_{\text{ekok}} = 24$ şeklinde gösteririz.
- **# EKOK'un adı üstünde: En Küçük Ortak Kat**
- Yani sayıların **kat**larını bulacağız, **ortak** olanlarını bulacağız, bunlardan **en küçük** olanı ekok'tur.
- Şimdi EKOK kısa yoldan nasıl hesaplanır öğrenelim.

- H. Aysun COŞKUN



EKOK nasıl bulunur?

- **EKOK BULMA:** İki sayı yan yana yazılarak bölen listesi yapılır. En küçük asal sayıdan başlayarak devam edilir. İki sayı da bölünmüyorsa bir büyük asal sayıya geçilir. İki sayı da 1 olana kadar işleme devam edilir.
- Aşağıdaki örneği incelersek 15 ve 20'yi önce en küçük asal sayı olan 2'ye böleriz. 15 bölünmez ancak 20 bölünür. Daha sonra tekrar 2'ye böleriz. 15 bölünmese de 10 bölünür. Daha sonra işleme bu şekilde devam ederiz. İki sayı da 1 olunca işlemimiz biter. Çizginin sağında yazan sayıların çarpımı bu iki sayının en küçük ortak katı yani ekokudur.

örnek

- Aynı işlemi 2'den fazla sayı için de aynı şekilde uyguluyoruz. Örneğin EKOK (5,10,4) = 20 gibi.

15	20	2
15	10	2
15	5	3
5	5	5
1	1	

Tabloda kırmızı ile belirtilen asal çarpanların hepsi çarpılarak, 15 ile 20 sayılarının EKOK u bulunur.

Buna göre,

$$(15, 20)_{\text{ekok}} = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \\ = 4 \times 15$$

EBOB

- İki ya da daha fazla doğal sayının ortak bölenlerinin en büyüğüne bu sayıların **en büyük ortak böleni**, kısaca **ebobu** denir.
- a ve b doğal sayılarının en büyük ortak böleni **EBOB(a,b)** veya **(a,b)_{ebob}** şeklinde gösterilir.

Örnek

- Şimdi ebob nedir daha iyi anlayabilmek için bir örnek verelim.
- **ÖRNEK:** 18 ve 24 sayılarının en büyük ortak bölenini adım adım bulalım.
- # Öncelikle 18 ve 24 sayılarının bölenlerini yazalım:
- ([Ortak Bölenler ve Katlar](#) konusuna göz atabilirsiniz.)
- 18'in bölenleri : 1, 2, 3, 6, 9, 18
- 24'ün bölenleri : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
- # Şimdi bu bölenlerden ortak olanlarını işaretleyelim.
- 18'in bölenleri : **1, 2, 3, 6**, 9, 18



- 24'ün bölenleri : **1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.**
- **#** Bu ortak bölenlerin en büyüğü ebob'tur.
- Ortak bölenler: 1, 2, 3, **6**
- En büyük ortak bölen (EBOB) = 6
- $EBOB(18,24) = 6$ veya $(18,24)_{ebob} = 6$ şeklinde gösteririz.
- **# EBOB'un adı üstünde: En Büyük Ortak Bölen**

- H. Aysun COŞKUN



EBOB nasıl bulunur?

- ***EBOB BULMA:*** İki sayıyı yan yana yazarak bölen listesi yaparız. En küçük asal sayıdan başlayarak devam ederiz. İki sayı da bölünmüyorsa bir büyük asal sayıya geçilir. İki sayı da 1 olana kadar işleme devam edilir. Ancak burada önemli olan her iki sayıyı da bölen sayıları işaretlememiz gerektiğidir.
- Aşağıdaki örneği incelersek 24 ve 32'yi önce en küçük asal sayı olan 2'ye böleriz. İkisini de böldüğü için 2'yi işaretleriz. Sonra benzer şekilde devam ederiz. Her iki sayı da 1 olunca işlemimiz biter ve işaretli sayıların çarpımı bu sayıların en büyük ortak böleni yani ebobudur.
- Aynı işlemi 2'den fazla sayı için de aynı şekilde uyguluyoruz. Örneğin $EBOB(15,10,40) = 5$ gibi.

örnek

24	32	2
12	16	2
6	8	2
3	4	2
3	2	2
3	1	3
1		

Tabloda renkli olarak verilen sayılar karşısında bulunan iki sayıyı da tam bölen asal çarpanlardır.

Yani 2 sayısı karşısındaki 24 ile 32 yi tam böldüğü için renklendirildi. Yine ikinci sıradaki 2 sayısı da 12 ile 16 yı tam böldüğü için renklendirildi. Yine üçüncü sıradaki 2 sayısı ise 6 ile 8 i tam böldüğü için renklendirildi.

Bu renkli sayıların çarpımı 24 ile 32 nin EBOB unu verir.

Buna göre,

$$(24, 32)_{\text{ebob}} = 2 \times 2 \times 2$$

...

- **EBOB-EKOK İLE İLGİLİ NOTLAR**
- **NOT:** İki sayının çarpımı, EBOB'ları ile EKOK'larının çarpımına eşittir.
- **ÖRNEK:** 6 ve 8 sayılarını inceleyelim:
- $EBOB(6,8) = 2$
- $EKOK(6,8) = 24$
- Bu iki sayının çarpımı : $6 \times 8 = 48$
- $EBOB(6,8) \times EKOK(6,8) : 2 \times 24 = 48$
- **NOT:** Birbirinin katı olan sayıların EBOB'ları küçük sayıya, EKOK'ları büyük sayıya eşittir.

örnek

- **ÖRNEK:** 6 ve 12 sayılarını inceleyelim:
- $\text{EBOB}(6,12) = 6$
- $\text{EKOK}(6,12) = 12$
- **NOT:** EBOB sayılardan büyük olamaz, EKOK sayılardan küçük olamaz.
- $\text{EKOK} \geq \text{SAYILAR} \geq \text{EBOB}$

Ebob ve ekok problemleri

- EBOB ve EKOK özellikle problemlerde çok karıştırılır. Hangi soruda EBOB, hangi soruda EKOK bulacağımızı karıştırmamalıyız. Peki nasıl ayırt edebiliriz? Bir soru ebob sorusu mu ekok sorusu mu nasıl anlarız?
- Cevabı çok basit: Düşünerek
- Soruda size verilenler ile istenilen şeye nasıl ulaşabileceğinizi biraz düşünürseniz ebob-ekok problemlerini ayırt etmeniz çok kolay olur. Eğer istenilen şeye verilen sayıların katlarından ulaşacak isek ekok, verilen sayıların bölenlerinden ulaşacak isek ebob kullanılır.
- **EBOB:** İki veya daha fazla çokluğun ortak bölenlerinin en büyüğüdür. Doğal olarak sorularda bütünü parçalamamızı istiyorsa ebob kullanma ihtimalimiz yüksek.
- ***EBOB SORULARI GENELDE ŞÖYLEDİR:***
- **1)** Bidonlarda, varillerde, şişelerde, çuvallarda, kaplarda bulunan malzemeler daha küçük başka kaplara aktarılıyorsa,
- **2)** Tarlanın etrafına eşit aralıklarla ağaç veya direk dikiliyorsa,
- **3)** İnsanlardan oluşan gruplar için kaç uçak, otobüs, araba veya oda gerekir diye soruluyorsa

Beni unutma😊

- **4)** Dikdörtgenler prizması şeklindeki odanın, kutunun, deponun içine kaç küp sığar diye soruluyorsa,
- **5)** Kumaşlar, bezler, demir çubuklar parçalara ayrılacaksa,
- **6)** Dikdörtgen şeklindeki kartondan küçük kare kartonlar elde ediliyorsa ebob kullanılır.

örnek

- **ÖRNEK:** 80cm ve 120cm uzunluğunda iki demir çubuk, boyları birbirine eşit parçalara ayrılacaktır. Bir parçanın uzunluğu en fazla kaç cm olur?
- $EBOB(80,120) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 40\text{cm}$

Önemli😊

- **EKOK:** İki veya daha fazla çokluğu ortak katlarının en küçüğüdür. Doğal olarak sorularda parçalardan bütüne gitmemiz istiyorsa ekok kullanma ihtimalimiz yüksek.
- **EKOK SORULARI GENELDE ŞÖYLEDİR:**
- **1)** Cevizler, fındıklar, şekerler, bilyeler üçer-beşer-vb sayılıyorsa veya bunlar sayıldıktan sonra artan oluyorsa,
- **2)** Gemiler, arabalar, yarışçılar beraber yola çıkıp bir yerde karşılaşıyorsa,
- **3)** Sınıfta öğrenciler ikişer-üçer-vb sıralara oturuyorlarsa veya bunlardan ayakta kalanlar oluyorsa,
- **4)** Ziller, saatler birlikte ne zaman bir daha çalar diye soruluyorsa,
- **5)** Dikdörtgenler prizması şeklindeki tuğlalardan küp yapılıyorsa ekok kullanılır.
- **ÖRNEK:** Tarık bilyelerini 4'er , 5'er , 6'şar saydığında her defasında 1 bilyesi artıyor.Buna göre, Tarık'ın en az kaç tane bilyesi vardır?
- $EKOK(4,5,6) = 2.2.3.5 = 60$
- $60 + 1 = 61$ bilye

Aralarında asal sayılar

- İki ya da daha fazla doğal sayının 1'den başka ortak böleni yoksa bu sayılara **aralarında asal sayılar** denir.
- **ÖRNEK:** 16 ve 35 sayılarının ortak bölenlerini adım adım bulalım.
- **#** Öncelikle 16 ve 35 sayılarının bölenlerini yazalım:
- 16'nın bölenleri: 1, 2, 4, 8, 16
- 35'in bölenleri: 1, 5, 7, 35
- **#** Şimdi bu bölenlerden ortak olanlarını işaretleyelim.
- 16'nın bölenleri: **1**, 2, 4, 8, 16
- 35'in bölenleri: **1**, 5, 7, 35
- **#** Görüldüğü gibi bu iki sayının ortak bölenleri sadece 1'dir. Bu yüzden bu iki sayıya aralarında asal sayılar denir.
- **ÖRNEK:** 18 ve 21 sayılarının aralarında asal olup olmadığını bulalım.
- **#** 18 ve 21 sayılarının bölenlerini yazalım ve ortak olanlarını işaretleyelim.
- 18'in bölenleri: **1**, 2, **3**, 6, 9, 18
- Görüldüğü gibi bu iki sayının ortak bölenleri 1 ve 3'tür. 1'den başka ortak bölenleri bulunduğu için bu iki sayı aralarında asal sayı değildir.

Aralarında asal sayılar ile ilgili notlar

- **ARALARINDA ASAL SAYILAR İLE İLGİLİ NOTLAR**
- Aralarında asal sayıların ebob'ları 1'dir.
- **ÖRNEK:** 16 ve 35 sayıları aralarında asal sayılardır.
- Bu yüzden EBOB'ları 1 çıkacaktır. $EBOB(16,35) = 1$
- Aralarında asal iki sayının ekok'ları sayıların çarpımına eşittir.
- **ÖRNEK:** 5 ve 6 sayıları aralarında asal sayılardır.
- Bu yüzden EKOK'ları bu iki sayının çarpımına eşit çıkacaktır. $EKOK(5,6) = 30$
- Ardışık iki sayılar ve ardışık tek sayılar daima aralarında asaldır.
- **ÖRNEK:** 23 ve 24 sayıları ardışık sayılardır. 35 ve 37 sayıları ardışık tek sayılardır.
- Bu yüzden 23-24'ün ve 35-37'nin aralarında asal olduklarını işlem yapmadan bilebiliriz.
- Çift sayılar aralarında asal olamaz.

örnek

- **ÖRNEK:** 28 ve 46 sayıları aralarında asal değildir.
- Çünkü çift sayıların hepsi 2'ye tam bölündüğü için ortak bölenleri sadece 1 değildir. Bu yüzden aralarında asal değildir.
- Farklı asal sayılar her zaman aralarında asaldır.
- **ÖRNEK:** 5 ve 23 ikisi de asal sayı olduğu için aralarında asaldır.
- 5'in pozitif bölenleri: **1** ve 5
- 23'ün pozitif bölenleri: **1** ve 23
- Asal sayıların pozitif bölenleri sadece 1 ve kendileri olduğu için farklı asal sayıların ortak bölenleri sadece 1 olur. Bu yüzden aralarında asal olurlar.

Aralarında asal sayıların asal sayı olması gerekmez.

ÖRNEK: 9 ve 64 aralarında asaldır ancak ikisi de asal sayı değildir.

Aralarında asal sayı kavramı ile asal sayı kavramını karıştırmamak gerekir.

Üslü ifadeler

- Tam sayıların doğal sayı kuvvetlerini 7. sınıfta öğrenmiştik. Bu konuda ise tam sayıların negatif kuvvetlerini göreceğiz. Bu konuya başlamadan önce [Tam Sayıların Kuvvetleri Konusu](#)na göz atmanızı tavsiye ediyorum.

Negatif üs alma

- Aşağıdaki görsele bakarak negatif üslü sayılara giriş yapalım.
- Aşağıda 8 sayısı art arda 2'ye bölünerek bir sayı örüntüsü oluşturulmuştur. Oluşturulan örüntünün her terimini üslü sayı ile ifade edersek dikkat edilirse her adımda üs bir azalmıştır.

örnek

$$\begin{array}{ccccccccccc} 8 & \xrightarrow{\div 2} & 4 & \xrightarrow{\div 2} & 2 & \xrightarrow{\div 2} & 1 & \xrightarrow{\div 2} & \frac{1}{2} & \xrightarrow{\div 2} & \frac{1}{4} & \xrightarrow{\div 2} & \frac{1}{8} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 2^3 & & 2^2 & & 2^1 & & 2^0 & & 2^{-1} & & 2^{-2} & & 2^{-3} \end{array}$$

H. Aysun COŞKUN



önemli

- Payı 1 olan rasyonel sayılar, bir tam sayının negatif tam sayılı kuvveti şeklinde gösterilebilir.

$$a, n \in \mathbb{Z} \text{ ve } a \neq 0 \text{ için,}$$
$$\frac{1}{a^n} = a^{-n} \text{ ve } a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ 'dir.}$$

$$2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} \quad 3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$$

Sıfırdan farklı her tam sayının sıfırıncı kuvveti 1'e eşittir.

Negatif tam sayıların negatif üssünü bulma

- Aşağıda -8 (yani $(-2)^3$) sayısı art arda -2 'ye bölünerek bir sayı örüntüsü oluşturulmuştur. Oluşturulan örüntünün her terimini üslü sayı ile ifade edersek dikkat edilirse her adımda üs bir azalmıştır.

Önemli😊

- Negatif bir tam sayının çift kuvvetleri pozitif, tek kuvvetleri negatiftir.
- **Genel olarak üslü bir tam sayının işareti:**
- **#** Tam sayı pozitif ise bütün kuvvetleri pozitif olur.
- **#** Tam sayı negatif ise çift kuvvetleri pozitif, tek kuvvetleri negatif olur.
- **#** Bir üslü ifade paydadan paya veya paydan paydaya alındığında kuvvetin işareti değişir.
- ek kuvvetleri ise negatiftir.

önemli

$a, n, b \in \mathbb{Z}$ ve $a \neq 0$ için,

$$\frac{a^n}{a^b} = a^n \cdot a^{-b} \text{ veya } \frac{a^n}{a^b} = \frac{1}{a^{-n} \cdot a^b} \text{ 'dir.}$$

$$(-5)^{-2} = \frac{1}{(-5)^2} = \frac{1}{25} \quad \left| \quad -\frac{1}{216} = -\frac{1}{6^3} = -6^{-3}$$

Yukarıdaki örnekleri incelersek $(-5)^{-2}$ paydaya alınınca $(-5)^2$ olur.

Benzer şekilde paydadaki 6^3 paya alınınca 6^{-3} olur.

Ondalık kesirlerin ve rasyonel sayıların kuvvetleri

Rasyonel sayıların kendileri ile tekrarlı çarpımı üslü şekilde yazılabilir.

Sayı kaç kez çarpım olarak yazıldıysa üsse bu sayı yazılır.

ÖRNEK : $1/3.1/3.1/3.1/3$ çarpımını üslü olarak gösterelim.

Aynı sayı 4 kere çarpım şeklinde yazıldığı için üslü olarak gösterimi $(1/3)^4$ 'tür.

ÖRNEK : $(-1/2).(-1/2).(-1/2)$ ifadesini üslü olarak gösterelim.

Aynı sayı 3 kere çarpım şeklinde yazıldığı için bu sayının üssüne 3 yazarız.

$(-1/2)^3$ olarak yazılır.

Rasyonel sayıların kuvvetleri hesaplanırken taban üsteki sayı kadar çarpım şeklinde yazılır ve daha sonra çarpma işlemi yapılır.

ÖRNEK : $(14)^2(14)^2$ sayısının değerini bulalım.

Üste 2 olduğu için; $14.14=116$ $14.14=116$ sonucu bulunur.

ÖRNEK : $(-32)^{-3}(-32)^{-3}$ ifadesinin değerini bulalım.

Üsteki -3 'ün $+3$ olması için pay ve payda yer değiştirir.

Daha sonra kesrimizi 3 kere çarpalım.

$(-32)^{-3}=(-23)^3=(-23).(-23).(-23)=-827$

önemli

- Ondalık kesirlerin kendileri ile tekrarlı çarpımı üslü şekilde yazılabilir. Sayı kaç kez çarpım olarak yazıldıysa üsse bu sayı yazılır.
- **ÖRNEK** : $(0,2) \cdot (0,2) \cdot (0,2)$ çarpımını üslü olarak gösterelim.
- 3 tane 0,2 çarpım şeklinde yazıldığı için üslü olarak gösterimi $(0,2)^3$ 'tür.
- **ÖRNEK** : $(1,5) \cdot (1,5) \cdot (1,5) \cdot (1,5)$ ifadesini üslü olarak gösterelim.
- 1,5 sayısı 4 kere kendisi ile çarpıldığı için
- $(1,5) \cdot (1,5) \cdot (1,5) \cdot (1,5) = (1,5)^4$ olarak yazılır.

Ondalık kesirlerin kuvvetlerini bulma

Ondalık kesirlerin kuvvetleri hesaplanırken rasyonel sayıya çevrilerek bulunabilir.

ÖRNEK : $(0,2)^3$ sayısının değerini bulalım.

2 farklı yolla bulabiliriz. 1. yol olarak ondalık gösterimlerle çarpma işlemini kullanabiliriz. Buna göre:

$0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,008$ cevabına ulaşırız.

2. yol olarak da bu sayıları rasyonel sayı olarak yazıp işlem yaparız. Buna göre:

$2/10 \cdot 2/10 \cdot 2/10 = 8/1000$ olur.

Ondalık gösterimleri çözümleme

- Çözümleme yapılırken her rakam, bulunduğu basamağın basamak değeri ile çarpılır ve bu çarpımlar toplanır.
- Bu yüzden basamak isimlerini ve bu basamakların 10'un kaçınıcı kuvveti olduğunu bilmemiz gerekir. Öncelikle basamak isimlerini hatırlayalım.

TAM KISIM			VİRGÜL	KESİR KISMI		
Yüzler Basamağı	Onlar Basamağı	Birler Basamağı		Onda Birler Basamağı	Yüzde Birler Basamağı	Binde Birler Basamağı
2	6	8	,	1	7	4



- Çözümleme yaparken her bir rakamı bulunduğu basamağın değeriyle çarpacağız ve bunları toplayacağız. Basamak değerlerini farklı şekillerde gösterebiliriz. Bu konumuzda 10'un kuvvetlerini kullanacağız.
- Yüzler basamağı 10^2
- Onlar basamağı 10^1
- Birler basamağı 10^0
- Onda birler basamağı 10^{-1}
- Yüzde birler basamağı 10^{-2}
- Binde birler basamağı 10^{-3}

örnek

- **ÖRNEK** : 268,174 sayısını 10'un kuvvetlerini kullanarak çözümleyelim.
- **ÇÖZÜM** :

TAM KISIM			VİRGÜL	KESİR KISMI		
Yüzler Basamağı	Onlar Basamağı	Birler Basamağı		Onda Birler Basamağı	Yüzde Birler Basamağı	Binde Birler Basamağı
2	6	8	,	1	7	4

$$268,174 = 2 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 8 \cdot 1 + 1 \cdot 0,1 + 7 \cdot 0,01 + 4 \cdot 0,001$$

$$268,174 = 2 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 8 \cdot 1 + 1 \cdot \frac{1}{10} + 7 \cdot \frac{1}{100} + 4 \cdot \frac{1}{1000}$$

$$268,174 = 2 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0 + 1 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-2} + 4 \cdot 10^{-3}$$



- **ÖRNEK** : 35,02 sayısının çözümlemesi $35,02 = 3 \cdot 10^a + 5 \cdot 10^b + 2 \cdot 10^c$ ise $(c + a)^b$ kaçtır?
- **ÇÖZÜM** :
- 3 rakamı onlar basamağında olduğu için ve 10 sayısı 10'un 1. kuvveti olduğundan $a = 1$
- 5 rakamı birler basamağında olduğu için ve 1 sayısı 10'un 0. kuvveti olduğundan $b = 0$
- 2 rakamı yüzde birler basamağında olduğu için ve 1/100 sayısı 10'un -2 . kuvveti olduğu için $c = -2$
- Sonuç olarak $(c + a)^b = (-2 + 1)^0 = (-1)^0 = 1$

Üslü sayının üssü

- Üslü bir sayının üssü alınırken üsler çarpılır.
- Tabanları aynı olan üslü sayılarla çarpma işlemi yapılırken üsler toplamı, ortak tabana üs olarak yazılır.
- Üsleri aynı olan üslü sayılarla çarpma işlemi yapılırken tabanlar çarpılır, ortak üsse taban olarak yazılır.
- Hem tabanlar hem üsler aynı ise yukarıdaki işlemlerden herhangi biri yapılabilir.

önemli

- Tabanları aynı olan üslü sayılarla bölme işlemi yapılırken bölünen sayının üssünden bölen sayının üssü çıkartılır, ortak tabana üs olarak yazılır.
- Üsleri aynı olan üslü sayılarla bölme yapılırken tabanlar bölünür, ortak üsse taban olarak yazılır.
- Hem tabanlar hem üsler aynı ise yukarıdaki işlemlerden herhangi biri yapılabilir.

önemli

- Hem tabanları, hem de üsleri farklı üslü sayılarla çarpma ve bölme işlemi yapmak için tabanlar veya üsler eşitlenir.

Üslü sayılarda toplama ve çıkarma işlemi

- Üslü sayılarda toplama ve çıkarma işlemi ayrı bir kazanım olarak müfredatta yer bulmasa da öğrencilerin bu sorularla karşılaştığında ne yapması gerektiğini bilmeleri için biraz bahsedelim.
- Tabanları veya üsleri farklı üslü sayılarla toplama ve çıkarma işlemine girmeyeceğiz çünkü bu konuyla ilgili 8. sınıf müfredatında bir kazanım bulunmamaktadır.
- Bu konuya başlamadan önce [Üslü Sayılarda Çarpma ve Bölme İşlemi](#) konusunu tekrar etmeniz faydalı olacaktır.

önemli

- Üslü sayılarda toplama ve çıkarma işlemi yaparken için önce üslü sayıların değeri bulunur.
- **ÖRNEK:** 2^3+2^2 işleminin sonucunu bulalım.
- $2^3=8$ ve $2^2=4$ olduğundan
- $8+4=12$ cevabını buluruz.



- **ÖRNEK:** $5^{-2}+(-5)^2$ işleminin sonucunu bulalım.
- Önce üslü sayıların değerlerini bulduk, daha sonra ise paydaları eşitleyerek toplama işlemini yaptık.

$\frac{1}{25}+25=\frac{1}{25}+\frac{25}{1}=\frac{1}{25}+\frac{625}{25}=\frac{626}{25}$ olarak bulunur.

Hem tabanları hem de üsleri aynı olan üslü sayılarda bu sayılarla çarpım durumunda bulunan katsayılar arasında toplama ve çıkarma işlemi yapılabilir.

H. Aysun COŞKUN



örnek

- Bir kenarının uzunluğu 2^7 cm olan karenin çevresini bulalım.
- Çevre = $2^7 + 2^7 + 2^7 + 2^7$
- 4 tane 2^7 sayısını topladığı için bunu kısaca 4.2^7 şeklinde yazabiliriz.
- $4.2^7 = 2^2.2^7 = 2^9$

- H. Aysun COŞKUN



önemli

- Tabanları aynı, üsleri farklı olan üslü ifadelerde toplama işlemi veya çıkarma işlemi yapılırken üsler eşitlenir ve daha sonra katsayılar arasında işlem yapılır.

Bilimsel gösterim çok büyük ve çok küçük sayılar

- a bir tam sayı olmak üzere $a \cdot 10^n$ sayısında; n pozitif tam sayı ise a'nın sağına n tane sıfır koyulur.
- **ÖRNEK** : $15 \cdot 10^4 = 150000$ (15'in yanına 4 tane sıfır yazdık)
- Bu işlemin sonucu 6 basamaklıdır.
- n negatif tam sayı ise virgülden sonra n tane basamak olur ve a sayısı sağa yaslı olarak yazılır. Boş kalan basamaklara koyulur.
- "İşleminin sonucu kaç basamaklıdır?" veya "Sayısının sonunda kaç tane sıfır (0) vardır?" gibi soruları çözmek için genelde 10'un kuvvetlerine başvururuz. 10'un kuvvetine ulaşmak için ise 5 ve 2'nin aynı kuvvetini bulur ve çarparız.

örnek

- **ÖRNEK** : $5^{14} \cdot 2^{14}$ işleminin sonunda kaç tane 0 vardır ve işlemin sonucu kaç basamaklıdır?
- Üsler aynı olduğu için tabanlar çarpılır.
- $5^{14} \cdot 2^{14} = 10^{14}$



- **BİLİMSEL GÖSTERİM NEDİR?**
- Bilimsel gösterim, çok büyük ve çok küçük sayıları göstermek için kullanılan bir standarttır. Bilim adamlarının ilgilendikleri pek çok nicelik ya çok büyük ya da çok küçük değerlerdir. Böyle sayıları okumak, onlarla işlem yapmak çok zordur. Bilimsel gösterim sayesinde 10 sayısının kuvvetlerini kullanarak böyle zorluklardan kurtuluruz. Bilimsel gösterim, hayatımızdaki çok büyük ve çok küçük sayılarla işlem yapmamızı kolaylaştırır.

önemli

- **Bir sayının bilimsel gösterimle gösterilebilmesi için şu şekilde yazılması gerekir.** $|a|$ (a sayısının mutlak değeri), 1 ile 10 arasında (1 dahil) bir sayı, n bir tam sayı olmak üzere bir sayının $|a|.10^n$ biçiminde gösterimine o sayının bilimsel gösterimi denir. Bilimsel gösterim $1 \leq |a| < 10$ ve n bir tam sayı olmak üzere $|a|.10^n$ şeklindedir.

Önemli😊

Bilimsel Gösterim	Bilimsel Gösterim Değil
$1,2 \cdot 10^{12}$	$12 \cdot 10^{12}$
$8 \cdot 10^{24}$	$0,2 \cdot 10^{17}$
$1 \cdot 10^{-6}$	$10 \cdot 10^{-2}$

H. Aysun COŞKUN



Çok büyük sayıların bilimsel gösterimi

- Çok büyük sayılarda 10'un kuvveti pozitif bir tam sayıdır. Çok büyük sayıların bilimsel gösterimini örneklerle açıklayalım.
- **#** Bir sayıyı bilimsel gösterimle göstermek için virgöl sola kaydırılırsa 10'un üzeri arttırılır, sağa kaydırılırsa 10'un üzeri azaltılır.

örnek

- 21 000 000 000 sayısını bilimsel gösterimle gösterelim.
- Tam sayıların virgülü en sondadır. Bilimsel gösterim olabilmesi için virgül 2'nin sağına gelmelidir.

Çok küçük sayıların bilimsel gösterimi

Çok küçük sayılarda 10'un kuvveti negatif bir tam sayıdır. Çok küçük sayıların bilimsel gösterimini örneklerle açıklayalım.

Bir sayıyı bilimsel gösterimle göstermek için virgül sola kaydırılırsa 10'un üzeri arttırılır, sağa kaydırılırsa 10'un üzeri azaltılır.

ÖRNEK: 0,0000000007 sayısını bilimsel gösterimle gösterelim.
Bilimsel gösterim olabilmesi için virgül 7'nin sağına gelmelidir.

$$0,0000000007 = 7 \cdot 10^{-10}$$

10 sağa

Negatif ayıların bilimsel gösterimi

- Bilimsel gösterim negatif olur mu? Negatif sayıları da bilimsel gösterimle gösterebiliriz.
- **ÖRNEK:** –53000 sayısını bilimsel gösterimle gösterelim.
- Pozitif örneklerde olduğu gibi negatif sayılarda da virgülü uygun yere kaydırarak sayıyı bilimsel gösterimle gösterebiliriz.
- Bilimsel gösterim olabilmesi için virgül 5 ile 3'ün arasına gelmelidir. Böylelikle sayımız $-5,3 \cdot 10^4$ olur. Burada $-5,3$ sayısının mutlak değeri 1 ile 10 arasında olduğu için bilimsel gösterime uygundur.
- –53000 sayısının bilimsel gösterimi: $-5,3 \cdot 10^4$

Kareköklü ifadeler

Verilen sayının hangi sayının karesi olduğunu bulma işlemine karekök alma işlemi denir.
Karekök " $\sqrt{\quad}$ " sembolü ile gösterilir. $\sqrt{x}$ sayısı "karekök x" şeklinde okunur.
Negatif bir sayının karekökü alınamaz çünkü negatif bir sayı hiç bir sayının karesi olamaz.

Şimdi karekökü daha iyi kavramak için bir örnek verelim.

ÖRNEK: 9 hangi sayının/sayıların karesidir bulalım.

$$9 = 3.3 = 3^2$$

$$9 = (-3).(-3) = (-3)^2 \text{ olduğundan}$$

9 hem 3'ün hem de -3'ün karesidir.

$\sqrt{\quad}$ sembolü, bir sayının pozitif karekökünü bulmak için kullanılır.



ÖRNEK: $\sqrt{9}$ sayısının değerini bulalım.

Bir önceki örnekte gördüğümüz gibi 9, 3 ve -3'ün karesidir. Karekök işlemi de bir sayının hangi sayının karesi olduğunu bulmadır.

Bu yüzden $\sqrt{9} = 3$ 'tür.

Bir tam sayının karesi olan, diğer bir ifade ile karekökü tam sayı olan doğal sayılara **tam kare sayılar** denir. Tam kare sayılara karesel sayılar da denir. 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 192, 256, 289, ... sayıları tam kare sayılardır.

Bunları bilelim

$$0^2 = 0$$

$$5^2 = 25$$

$$10^2 = 100$$

$$15^2 = 225$$

$$1^2 = 1$$

$$6^2 = 36$$

$$11^2 = 121$$

$$16^2 = 256$$

$$2^2 = 4$$

$$7^2 = 49$$

$$12^2 = 144$$

$$17^2 = 289$$

$$3^2 = 9$$

$$8^2 = 64$$

$$13^2 = 169$$

$$18^2 = 324$$

$$4^2 = 16$$

$$9^2 = 81$$

$$14^2 = 196$$

$$19^2 = 361$$



- Tam kare sayıların karekökleri tam sayıdır.

$$\sqrt{0} = 0$$

$$\sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{100} = 10$$

$$\sqrt{225} = 15$$

$$\sqrt{1} = 1$$

$$\sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{121} = 11$$

$$\sqrt{256} = 16$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{49} = 7$$

$$\sqrt{144} = 12$$

$$\sqrt{289} = 17$$

$$\sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{64} = 8$$

$$\sqrt{169} = 13$$

$$\sqrt{324} = 18$$

$$\sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{81} = 9$$

$$\sqrt{196} = 14$$

$$\sqrt{361} = 19$$



- Kenar uzunluğu verilen bir karenin alanını bulmak için kenar uzunluğunun karesi alındığı gibi, alanı verilen bir karenin bir kenarının uzunluğunu bulmak için alanının karekökünü alırız.

ÖRNEK: Alanı 25 br^2 olan bir karenin bir kenarı kaç birimdir?

Kenarı = $\sqrt{25} = 5$ birimdir.

ÖRNEK: 18 adet birim karoya en az kaç tane daha eklenirse bir kare oluşur?
18'den büyük en küçük tam kare sayısı 25 olduğu için:
 $25 - 18 = 7$ tane daha birim karo eklenmelidir.



ÖRNEK: $\sqrt{196}$ sayısının değerini bulalım.

$$\begin{array}{r|l} 196 & 2 \\ 98 & 2 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r|l} 196 \\ 98 \\ 49 \\ 7 \\ 1 \end{array}} \right\} \begin{array}{l} 196 = 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7 \\ 196 = 2^2 \cdot 7^2 \\ 196 = 14^2 \text{ olduğu için} \\ \sqrt{196} = 14 \text{ 'tür.} \end{array}$$

H. Aysun COŞKUN



Tam kare olmayan sayılar

- 1,4,9,16,25,... gibi sayılara tam kare sayılar denildiğini öğrenmiştik. Bu sayılar dışındaki sayılara tam kare olmayan sayılar diyoruz. Bu konumuzda tam kare olmayan sayıların kareköklerinin hangi sayılar arasında olduğunu bulmayı ve tam kare olmayan sayıların yaklaşık değerini en yakın onda birliğe kadar tahmin etme yöntemini öğreneceğiz.

Hangi iki sayı arasında

- Tam kare sayıların karekökleri doğal sayıdır. Ancak tam kare olmayan sayıların karekökleri ne bir doğal sayıdır, ne bir tam sayıdır, ne de bir rasyonel sayıdır. Bu sayılara irrasyonel sayılar denildiğini daha sonra öğreneceğiz. Şimdi tam kare olmayan sayıların karekökleri hangi sayılar arasında yer alır bulalım.
- Tam kare olmayan sayıların kareköklerinin hangi sayılar arasında olduğunu bulmak için sayının hangi tam kare sayılar arasında olduğunu buluruz. Sayının karekökü bu tam kare sayıların karekökleri olan sayılar arasındadır.

örnek

ÖRNEK: $\sqrt{8}$ sayısının hangi iki tam sayı arasında olduğunu bulalım.

8'ye en yakın 8'den büyük ve 8'den küçük tam kare sayıları buluruz.

8'den küçük 8'e en yakın tam kare sayı = 4

8'den büyük 8'e en yakın tam kare sayı = 9'dur.

$\sqrt{8}$ 'nin değeri bu tam kare sayıların karekökleri arasındadır.

$$4 < 8 < 9$$

$2 < \sqrt{8} < 3$ yazılır.

$\sqrt{8}$ 'nin değeri 2 ile 3 arasındadır.

örnek

ÖRNEK: Alanı 77 cm^2 olan karenin bir kenar uzunluğu hangi tam sayılar arasındadır?

Alanı verilen bir karenin kenar uzunluğunu bulmak için alanının karekökünü bulmalıyız.

$64 < 77 < 81$
 $8 < 77 < 9$ olur.

Bu karenin bir kenarının uzunluğu 8 ile 9 arasında bir sayıdır.

Kareköklü bir sayının yaklaşık değerini bulma

Tam kare olmayan bir sayının karekökünün hangi sayılar arasında olduğunu bulduk.

Şimdi ise biraz daha yakın bir tahmin yapmayı bir örnekle öğrenelim.

ÖRNEK: $\sqrt{77}$ sayısının yaklaşık değerini tahmin edelim.

$\sqrt{77}$ 'nin 8 ile 9 arasında olduğunu bulmuştuk.

$\sqrt{77}$ 'nin 8'e mi 9'a mı daha yakın olduğunu bulalım:

77 sayısı 81'e 64'ten daha yakın olduğu için

$\sqrt{77}$ 'nin 9'a daha yakın olduğunu da söyleyebiliriz.

Şimdi ise tahminimizi onda birler basamağına kadar geliştirelim.

Bu işlemi sayı doğrusunda temsil ederek anlatalım.

Kesirler konusunda öğrendiğimiz bilgilere dayanarak $\sqrt{77}$ 'nin 8 ile 9 arasındaki yerini yaklaşık olarak 8 tam $\frac{13}{17}$ tahmin ederiz.

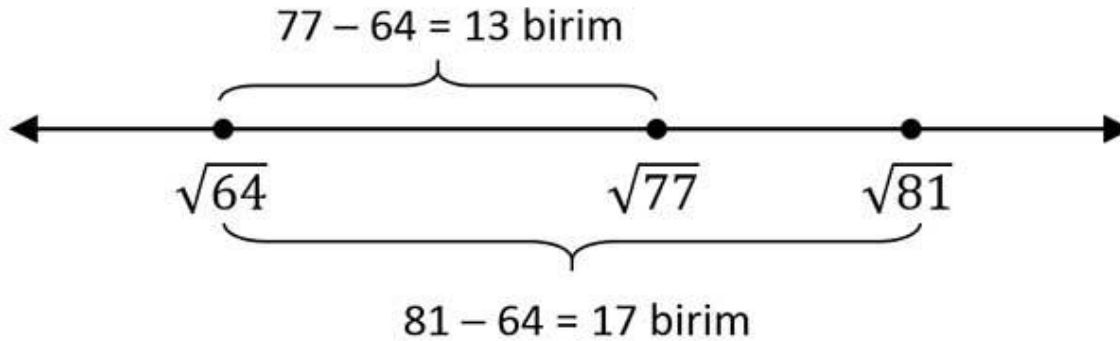
Bu kesirde paya $77-64=13$ yazdık, paydaya ise $81-64=17$ yazdık.

Şimdi ise bu kesri ondalık kesre çevirmek için 13'ü 17'ye böleriz.

Tahminimizi onda birler basamağına kadar yapacağımız için virgülden sonra bir basamak bulmamız yeterli.

Bu yöntem ile $\sqrt{77}$ 'nin yaklaşık değerini 8,7 olarak tahmin ettik.

$\sqrt{77}$ 'nin gerçek değeri ise = 8,774964387392122060406388307416...



$$\sqrt{77} \sim 8 \frac{13}{17}$$

$$\begin{array}{r|l} 130 & 17 \\ - 119 & \hline & 0,7 \end{array}$$

$\sqrt{77} \sim 8,7$ olarak tahmin edebiliriz.

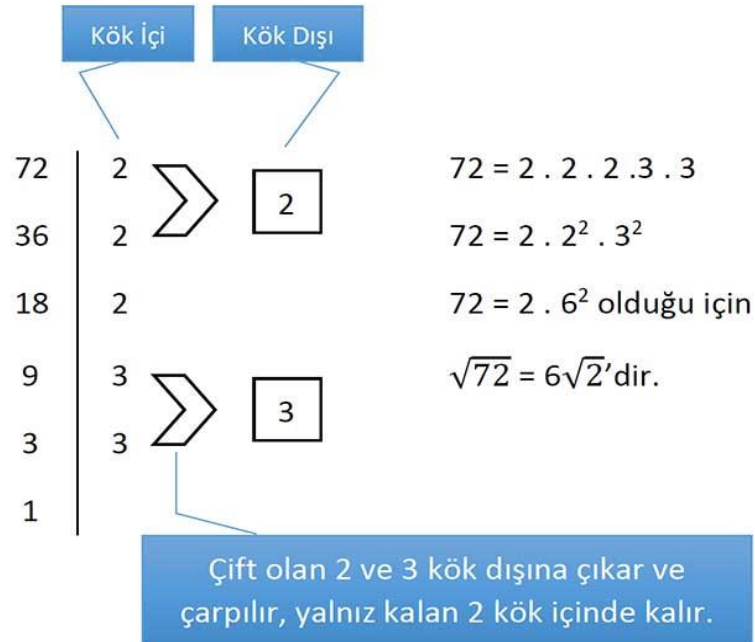
Yola devam😊

Kareköklü bir sayıyı $\sqrt{ab}$ şeklinde yazmak için karekök içindeki sayı çarpanlarından en az biri tam kare sayı olacak şekilde iki sayının çarpımı olarak yazılır. Tam kare olan çarpanların karekökleri, karekök dışına katsayı olarak yazılır.

Karekök içindeki sayının çarpanlarından hiçbiri tam kare sayı değilse karekök dışına çıkarılamaz.

ÖRNEK: $\sqrt{72}$ sayısını $\sqrt{ab}$ şeklinde yazalım. Bu işlemi 2 farklı yolla yapabiliriz.

- 1. YOL:** 72'yi birisi tam kare olmak şartıyla iki sayının çarpımı şeklinde kökün içine yazarız. Tam kare olan çarpan kök dışına çıkartılır. Diğer çarpanın 1'den büyük tam kare çarpanı yoksa kök içinde kalır.



Katsayıyı kök içine alma

Katsayı karekök içine alınırken katsayının karesi alınarak (kendisi ile çarpılarak) kök içindeki sayı ile çarpılır ve kök içine yazılır.

Karekök dışındaki sayı negatif ise “–” kök dışında bırakılır.

- Bu konudan önce [Kareköklü Sayılarda Katsayıyı Kök İçine Alma](#) konusunu tekrar etmenizi tavsiye ederiz.
- Kareköklü sayılarda sıralama yapmak için katsayılar kök içine alınır. Sonra kök içindeki sayılar karşılaştırılır.

- Kareköklü bir sayıyı $a\sqrt{b}$ şeklinde yazmayı anlatmıştık. Bu konuda bu bilgiden de faydalanarak Kareköklü Sayılarda Toplama ve Çıkarma İşlemi nasıl yapılır öğreneceğiz.
- Kareköklü sayılarla toplama ve çıkarma işlemi yaparken, kök içleri aynı olan terimler kendi aralarında toplanır veya çıkarılır. Katsayılar arasında işlem yapılır ve bulunan sonuç ortak köke katsayı olarak yazılır.



- Başında katsayı bulunmayan kareköklü sayıların katsayıları 1'dir.
- Toplama ve çıkarma aynı anda da yapılabilir.

Karekök içindeki sayılar aynı değilse ve çarpanlarından tam kare sayı olanlar varsa kök dışına çıkarırız.
($\sqrt{ab}$ şeklinde yazarız) Bu işlem sonucunda karekök içlerindeki sayılar aynı olabilir.

Kök içleri aynı olmayan/yapılamayan sayılarla toplama çıkarma işlemi yapılmaz.

Kareköklü sayılarda çarpma işlemi

- Kareköklü sayılarla çarpma işlemi yapılırken varsa katsayılar çarpılarak sonuca katsayı olarak yazılır. Kök içindeki sayılar çarpılarak sonuçta kök içinde yazılır ve kök dışına çıkarma işlemi yapılır.

Kareköklü sayılarda bölme işlemi

- Kareköklü sayılarla bölme işlemi yapılırken varsa katsayılar bölünerek bölüme katsayı olarak yazılır. Sonra kök içindeki sayıların aynı kök içinde yazılır ve bölme işlemi yapılır.

Ondalık kesirlerin karekökünü bulma

- Ondalık kesirlerin karekökünü bulma konusuna geçmeden önce ondalık kesirleri rasyonel gösterimle yazma konusunu bir hatırlayalım.
- **ÖRNEK:** 1,44 sayısını kesir olarak yazalım.
- Tam kısmı (virgülden önceki kısım) kesrin tam kısmına,
- Ondalık kısmındaki sayıyı (virgülden sonraki kısım) kesrin payına,
- 1 ve yanına virgülden sonraki basamak kadar sıfırı kesrin paydasına yazarız:

Önemli😊

- Ondalık kesirler, rasyonel sayıya çevrildikten sonra karekök dışına çıkartılabilir.

Gerçek sayılar

Payda sıfır olmamak şartıyla iki tam sayının birbirine oranı şeklinde yazılabilen sayılara **rasyonel sayılar** denir. Rasyonel sayılar kümesi “Q” harfi ile gösterilir. (Rasyonel sayılar İtalyanca “quotient” kelimesinin baş harfi olarak Q işareti ile gösterilir.)

Rasyonel sayılar a/b şeklinde yazılabilen sayılardan oluşur. Burada b sayısı sıfırdan farklıdır. Yani Doğal Sayılar (N), Tamsayılar (Z), kesirler, ondalık sayılar, devirli ondalık sayılar ve karekök alma işleminde karekökten kurtulabilen sayılar rasyonel sayılardır. Tüm doğal sayılar ve tam sayılar, paydalarına 1 yazılıp iki tam sayının oranı şeklinde yazılabildiği için rasyonel sayılardır.

Tüm kesirler rasyonel sayılardır.

İrrasyonel sayı nedir?

- Payda sıfır olmamak şartıyla iki tam sayının birbirine oranı şeklinde yazılamayan sayılara **irrasyonel sayılar** denir. İrrasyonel sayılar kümesi “I” harfi ile gösterilir. Karekök dışına çıkamayan köklü sayılar, virgülden sonra devirsiz olarak sonsuza kadar devam eden sayılar (π sayısı, e sayısı gibi) irrasyonel sayılara örnektir.

önemli

- İrrasyonel sayıların sayı doğrusunda hangi sayıların arasında yer aldığını bulmak için [Kareköklü Sayıların Yaklaşık Değeri](#) konusuna bakabilirsiniz.

Gerçek sayılar(reel sayılar)

- Rasyonel Sayılar ve İrrasyonel Sayıların birleşmesiyle oluşan sayı kümesine **Gerçek Sayılardan**ir. Gerçek sayılara **Reel Sayılar** veya **Gerçel Sayılar** da denilir. Gerçek sayılar kümesi “R” harfi ile gösterilir.
- # Sayı doğrusundaki tüm noktalara karşılık gelen gerçek sayı vardır. Bu sayı rasyonel de olabilir irrasyonel de olabilir. Diğer bir ifadeyle gerçek sayılar kümesi sayı doğrusunu doldurur.

Sayı kümeleri arasındaki ilişki

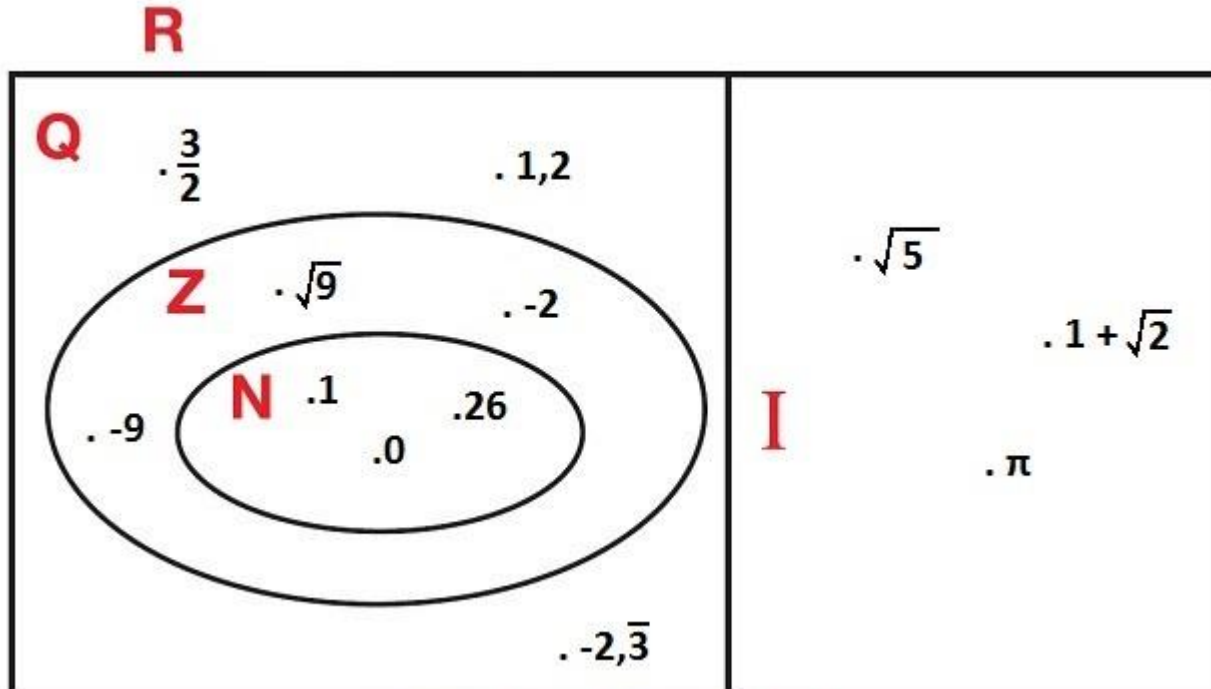
R: Gerçek Sayılar

Q: Rasyonel Sayılar

Z: Tam Sayılar

N: Doğal Sayılar

I: İrrasyonel Sayılar



H. Aysun COŞKUN

3.Ünite

olasılık ve cebirsel ifadeler

- **Olasılık** bir şeyin olmasının veya olmamasının matematiksel değeri veya olabilirlik yüzdesi, değeridir. Olasılık çeşitlerine geçmeden önce **olasılık kavramlarını** öğrenelim.
- Olasılık ile ilgili kavramların hem tanımını verelim hem de bir örnekle inceleyelim.
- **ÖRNEK:** Bir zarın havaya atıldığında üst yüze 4 gelme olayını inceleyelim.
- **DENEY:** Bir olayın sonucunun ne olacağını görmek için yapılan işleme **deney** denir.

Çıktı,olay nedir?

- Bu örnekte zarın havaya atılması deneydir.
- **ÇIKTI:** Bir deneyde elde edilebilecek sonuçların her biri **çıktı**'dır.
- Bu örnekte çıktılar 1,2,3,4,5 ve 6'dır.
- **OLAY:** Bir deneyin çıktıları arasından belirli bir koşulu sağlayanlara **olay** denir.
- Bu örnekte zarın 4 gelmesi olaydır.

Daha fazla,eşit ve daha az olasılıklı olma

Bu konuyu bir örnekle inceleyelim:

ÖRNEK: 10 kırmızı, 10 mavi ve 15 sarı misket arasından seçilen bir misketin Kırmızı olma olasılığı ile mavi olma olasılığı eşit, Mavi olma olasılığı, sarı olma olasılığına göre daha az, Sarı olma olasılığı, kırmızı olma olasılığına göre daha fazladır.

BİR OLAYIN OLMA OLASILIĞI

Eşit şansa sahip olaylarda her bir çıktı eş olasılıklıdır ve bu değer $1/n$ 'dir. Buradaki “n” olası durum sayısını temsil etmektedir.

örnek

ÖRNEK: Aşağıdaki olayların olma olasılıklarını inceleyelim.

Bir zar atıldığında 5 gelmesi olasılığı $1/6$

Bir madeni para atıldığında yazı gelme olasılığı $1/2$

Rakamlar arasından rastgele seçilen bir rakamın 3 gelme olasılığı $1/10$ 'dur.

Bir olayın olma olasılığı istenilen olayın çıktı sayısının tüm çıktıların sayısına bölümüdür.

Bir Olayın Olma Olasılığı = $\frac{\text{istenilenDurumSayısı}}{\text{TümDurumlarınSayısı}}$

ÖRNEK: Bir zar atıldığında:

Tek sayı (1,3,5) gelmesi olasılığı $3/6$

Asal sayı (2,3,5) gelmesi olasılığı $3/6$

3'ten küçük (1,2) sayı gelmesi olasılığı $2/6$

3'ten küçük (1,2) veya 4'ten büyük (5,6) sayı gelmesi olasılığı $4/6$ 'dır.

Kesin olay ve imkansız olay

Gerçekleşme olasılığı 1 olan olaylara **kesin olay** denir.

Bir zar atıldığında 10'dan küçük (1,2,3,4,5,6) sayı gelmesi kesindir. Olasılığı $6/6 = 1$ 'dir.

Gerçekleşme ihtimali olmayan yani olasılığı 0 olan olaylara **imkansız olay** denir.

Bir zar atıldığında 15 gelmesi imkansızdır. Olasılığı $0/6 = 0$ 'dır.

Bir olayın olasılığı 0'dan 1'e kadar değer alabilir. Eğer imkansız bir olaysa 0, kesin bir olaysa 1, kesin veya imkansız değilse 0 ile 1 arasında bir değer alır.

Cebirsel ifadeler

- En az bir bilinmeyen ve bir işlem içeren ifadelere **cebirsel ifadeler** denir. Cebirsel ifadelerde sayıları temsil eden harflere **değişken** ya da **bilinmeyen** denir.
- **ÖRNEK** : Bir sayının 2 katının 3 fazlası ifadesini cebirsel ifade olarak yazalım.
- Cebirsel ifademiz: $2x + 3$ olur. Bu cebirsel ifadede “x” bilinmeyendir.
- **TERİM VE KATSAYI NEDİR?**
- Bir cebirsel ifadede bir sayı ile bir veya birden fazla değişkenin çarpımına **terim** denir. Terimlerde çarpım durumunda bulunan sayıya **katsayı** denir.

Terim-sabit terim-kat sayı

- **ÖRNEK** : $5x$ ifadesinde x bilinmeyen, 5 ise katsayıdır.
- Terimleri birbirinden ayırmak için “+” ve “-” sembollerinin önünden ifadeyi böleriz. Her parça bir terimdir.
- **ÖRNEK** : $5x + 2y - 7$ ifadesini inceleyelim.
- $5x + 2y - 7$ ifadesini “+” ve “-” işaretlerinin önünden bölersek terimleri elde ederiz.
- $5x / + 2y / - 7$ ifadesi 3 terimlidir. Terimleri $5x$, $2y$ ve -7 'dir
- **SABİT TERİM NEDİR?**
- İçerisinde değişken bulunmayan terime **sabit terim** denir.
- **ÖRNEK** : $6y + 12$ ve $-3x - 9$ ifadelerinde sabit terimleri bulalım.
- $6y + 12$ cebirsel ifadesinde sabit terim $+12$ 'dir.
- $-3x - 9$ cebirsel ifadesinde sabit terim -9 'dur.
- Sabit terim de bir katsayıdır.
- $5x^2 - 7$ cebirsel ifadesinde kat sayılar 5 ve -7 'dir.

Cebirsel ifadelerde çarpma işlemi

- Cebirsel ifadelerle çarpma işlemi yapılırken çarpanlardan birindeki her bir terim ile diğerindeki her bir terim ayrı ayrı çarpılır. Elde edilen sonuçta benzer terimler varsa bunlar arasında toplama çıkarma işlemi yapılarak sadeleştirme yapılır.
- **1 Terimli ile 1 Terimli Cebirsel İfadeyi Çarpma**
- Katsayılar çarpılıp katsayı olarak, bilinmeyenler çarpılıp bilinmeyen olarak sonuca yazılır.
- **ÖRNEK** : 6 ifadesi ile $2x$ ifadesini çarpalım.
- 6 ile $2x$ 'in katsayısı (2) çarpılır. $6 \cdot 2 = 12$
- Bilinmeyen olarak sadece x olduğu için sonuç $12x$ bulunur.
- **ÖRNEK** : $3x$ ifadesi ile $5x$ ifadesini çarpalım.
- $3x$ 'in katsayısı (3) ile $5x$ 'in katsayısı (5) çarpılır. $3 \cdot 5 = 15$
- $3x$ 'teki bilinmeyen (x) ile $5x$ 'teki bilinmeyen (x) çarpılır. $x \cdot x = x^2$
- Sonuç: $3x \cdot 5x = 15x^2$



ÖRNEK : $-4x$ ile $2y$ 'i çarpalım

Katsayılar çarpımı: $-4.2=-8$

Bilinmeyenler çarpımı: $x.y = xy$

$$-4x \cdot 2y = -8xy$$

1 Terimli ile 2 Terimli Cebirsel İfadeyi Çarpma

Bir terimlideki terim diğer iki terimle sırayla çarpılır ve en son varsa sadeleştirme yapılır.

ÖRNEK : $5 \cdot (7x + 2y)$ işlemini yapalım.

Tek terimli 5, diğer iki terimle ayrı ayrı çarpılır. (Dağılma Özelliği)

$$= 5 \cdot 7x + 5 \cdot 2y$$

$$= 35x + 10y$$

ÖRNEK : $-2x \cdot (x + 3)$ işleminde de aynı şekilde x ve $+3$ 'ü sırayla $-2x$ ile çarparız.

$$= (-2x \cdot x) + (-2x \cdot 3)$$

$$= (-2x^2) + (-6x)$$

2 Terimli ile 2 Terimli Cebirsel İfadeyi Çarpma

İlk çarpandaki her bir terim ile ikinci çarpandaki her bir terim ayrı ayrı çarpılır. Sonra sadeleştirme varsa yapılır.

örnekler

- **ÖRNEK :** $(2x + 3) \cdot (4x + 1)$ işlemini yapalım.
- İlk ifadedeki $2x$ 'i diğer ifadedeki $4x$ ve $+1$ ile ayrı ayrı çarpacağız.
- Benzer şekilde ilk ifadedeki $+3$ 'ü diğer ifadedeki $4x$ ve $+1$ ayrı ayrı çarpacağız.
- $= (2x \cdot 4x) + (2x \cdot 1) + (3 \cdot 4x) + (+3 \cdot 1)$
- $= 8x^2 + 2x + 12x + 3$ [$2x$ ile $12x$ toplanır]
- $= 8x^2 + 14x + 3$
- **ÖRNEK :** $(x - 1)^2$ işlemini yapalım.
- $(x - 1)^2 = (x - 1) \cdot (x - 1)$ demektir.
- Önce ilk ifadedeki x ile diğer ifadedeki x ve -1 çarpılır.
- Sonra ilk ifadedeki -1 ile diğer ifadedeki x ve -1 çarpılır.
- $= (x \cdot x) + (x \cdot -1) + (-1 \cdot x) + (-1 \cdot -1)$
- $= x^2 + (-x) + (-x) + 1$ [$-x$ ile $-x$ toplanır]
- $= x^2 - 2x + 1$

Çarpanlara ayırma

- Bir cebirsel ifadeyi çarpanlarının çarpımı şeklinde yazmaya, o cebirsel ifadeyi **çarpanlara ayırmad**enir. Cebirsel ifadeler çarpanlara ayrılırken farklı yöntemlerden faydalanılır.
- **1) ORTAK ÇARPAN PARANTEZİNE ALMA**
- Bir cebirsel ifadeyi ortak çarpan parantezine alarak çarpanlara ayırmak istiyorsak cebirsel ifadedeki her terimde ortak olarak bulunan bir çarpan bulmalıyız. Bu ortak çarpan parantezin dışına yazılır ve parantezin içine de verilen ifadedeki terimlerin ortak çarpına bölümleri yazılır.
- **ÖRNEK:** $3x + 6$ ifadesini çarpanlarına ayıralım.
- Bu ifade iki terimli bir ifadedir ve bu iki terimde de 3 çarpanı vardır. Ortak çarpan parantezine şu şekilde alırız:
- $3x + 6 = \underline{3}.x + \underline{3}.2 = \mathbf{3.(x + 2)}$
- **ÖRNEK:** $6x^2 + 4x$ ifadesini çarpanlarına ayıralım.
- İki terimde de $2x$ çarpan olarak vardır. Bu yüzden ortak çarpan parantezine şu şekilde alınır:
- $6x^2 + 4x = \underline{2x}.3x + \underline{2x}.2 = \mathbf{2x.(3x + 2)}$



- **ÖRNEK:** $4x^3 + 12x^2 - 8x$ ifadesini çarpanlarına ayıralım.
- Bu üç terimli ifadede her ifadede ortak olan çarpan $4x$ 'tir.
- $4x^3 + 12x^2 - 8x = \underline{4x}.x^2 + \underline{4x}.3x - 4x.2 = 4x.(x^2 + 3x - 2)$
- **2) GRUPLANDIRARAK ÇARPANLARA AYIRMA**
- Ortak çarpan parantezine alınarak çarpanlara ayırma işlemi yapılamayan durumlarda gruplandırarak çarpanlara ayırma yöntemi kullanılabilir. Bu yöntemde terimler kendi aralarında ortak çarpan bulunacak şekilde iki veya daha fazla terimden oluşan gruplara ayrılır. Daha sonra ortak çarpan parantezine alınır. Gruplandırarak çarpanlara ayırma üçten fazla terimi olan cebirsel ifadelerde kullanılır.

örnekler

ÖRNEK: $ab + bc + ac + c^2$ ifadesini çarpanlarına ayıralım.

Cebirsel ifadeye baktığımızda 4 terimin hepsinin ortak bir çarpanı bulunmamaktadır.

Bu ifadeyi gruplandırarak çarpanlara ayrılır. İlk iki terim b parantezine son iki terim c parantezine alınır.

Sonra ortak çarpan parantezine alırlar.

$$ab+bc+ac+c^2=b.a+b.c+c.a+c.c=b.(a+c)+c.(a+c)=b.(a+c)+c.(a+c)$$

$$=(a+c).(b+c)ab+bc+ac+c^2=b.a+b.c+c.a+c.c=b.(a+c)+c.(a+c)$$

$$=b.(a+c)+c.(a+c)=(a+c).(b+c)$$

ÖRNEK: $4ay - 3by + 8ac - 6bc$ ifadesini çarpanlara ayıralım.

Cebirsel ifadeye baktığımızda 4 terimin hepsinin ortak bir çarpanı bulunmamaktadır.

Bu ifadeyi gruplandırarak çarpanlara ayrılır. İlk iki terim y parantezine son iki terim 2c parantezine alınır.

Sonra ortak çarpan parantezine alırlar.

$$4ay-3by+8ac-6bc=y.4a-y.3b+2c.4a-2c.3b$$

$$=y.(4a-3b)+2c.(4a-3b)$$

$$=y.(4a-3b)+2c.(4a-3b)$$

$$=(4a-3b).(y+2c)$$



3) ÖZDEŞLİKLERDEN YARARLANARAK ÇARPANLARA AYIRMA

A) İKİ KARE FARKI ÖZDEŞLİĞİ İLE ÇARPANLARA AYIRMA

Bazı ifadeler [Özdeşlik](#) konusunda öğrendiğimiz iki kare farkı özdeşliği kullanarak çarpanlara ayrılabilir.

Cebirsel ifadedeki iki terim de eğer tam kare ise bu iki terimin kareköklerinin toplamı ile farkı çarpılır.

$$x^2 - y^2 = (x - y) \cdot (x + y) = (x - y) \cdot (x + y)$$

ÖRNEK: $x^2 - 25$ ifadesini çarpanlarına ayıralım.

$$x^2 - 25 = (x - 5) \cdot (x + 5)$$

ÖRNEK: $4y^2 - 36$ ifadesini çarpanlarına ayıralım.

$$4y^2 - 36 = (2y - 6) \cdot (2y + 6)$$



- **B) TAM KARE ÖZDEŞLİKLERİ İLE ÇARPANLARA AYIRMA**
- Bazı ifadeler [Özdeşlik](#) konusunda öğrendiğimiz tam kare özdeşlikleri kullanarak çarpanlara ayrılabilir. Cebirsel ifadedeki birinci terimin karekökü ile üçüncü terimin karekökünün çarpımının iki katı ortanca terimi veriyorsa bu cebirsel ifade bir tam karedir. Çarpanları ise birinci terimin karekökü ile ikinci terimin karekökünün toplamının karesidir (veya farkının karesidir).
- $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y).(x + y)$
- $x^2 - 2xy + y^2 = (x - y).(x - y)$
- **ÖRNEK:** $x^2 + 6x + 9$ ifadesini çarpanlarına ayıralım.
- İfadesinin ilk terimi x^2 ve üçüncü terimi 9'dur.
- Bu terimlerin karekökleri x ve 3'tür.
- Ortadaki terim ise bu kareköklerin çarpımının iki katıdır.



- Bu sebeple bu ifade bir tam karedir ve
- çarpanlara şu şekilde ayrılır:
- $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2 = (x + 3).(x + 3)$
- **ÖRNEK:** $25x^2 - 20xy + 4y^2$ ifadesini çarpanlarına ayıralım.
- İfadesinin ilk terimi $25x^2$ ve üçüncü terimi $4y^2$ 'dir.
- Bu terimlerin karekökleri $5x$ ve $2y$ 'dir.
- Ortadaki terim ise bu kareköklerin çarpımının iki katıdır.
- Bu sebeple bu ifade bir tam karedir ve çarpanlara şu şekilde ayrılır:
- $25x^2 - 20xy + 4y^2 = (5x + 2y)^2 = (5x + 2y).(5x + 2y)$



- **4) $ax^2 + bx + c$ ŞEKLİNDEKİ İFADELERİ ÇARPANLARA AYIRMA**
- $ax^2 + bx + c$ üç terimli cebirsel ifade çarpanlara ayrılırken ax^2 ve c 'nin çarpanları, çapraz çarpımlarının toplamı bx 'i verecek şekilde altlarına yazılır. Yazılan çarpanların karşılıklı toplamaları verilen ifadenin çarpanlarını oluşturur.
- **ÖRNEK:** $x^2 + 5x + 6$ ifadesini çarpanlarına ayıralım.
- Bu ifadedeki x^2 ve 6 'yı çarpanlarına ayıralım. Burada ayırırken çarpaz çarpıp toplandığında ortadaki ifadeyi vermesi gerektiğini unutmamalıyız ve ona göre çarpan seçmeliyiz.
- $x^2 = x \cdot x$ ve $+6 = 3 \cdot 2$ olsun. Burada $6 = (-3) \cdot (-2)$ şeklinde de yazabilirdik ancak ortadaki ifadeye göre seçmek durumundayız.



$$\begin{array}{rcccl} x^2 & + & 5x & + & 6 \\ \downarrow & & & & \downarrow \\ x & & & + & 3 \\ & \swarrow & \searrow & & \\ x & & & + & 2 \end{array}$$

$$2x + 3x = 5x$$

Her iki terimin çarpanlarını altlarına yazdık ve çapraz çarpıp topladığımızda ortadaki terimi vermesini sağladık. Son olarak bu üç terimli cebirsel ifadenin çarpanlara ayrılmış şeklini yazmalıyız. Çarpanlara ayrılmış şeklini yazarken yan yana bulunan ifadeleri toplayacağız ve bunları çarpacağız. Yani resimdeki mavi kısım ile kırmızı kısmı çarpacağız.

$$x^2 + 5x + 6 = (x + 3) \cdot (x + 2)$$

örnek

- **ÖRNEK:** $2x^2 + 7x - 15$ ifadesini çarpanlarına ayıralım.
- Birinci ve üçüncü terimin altına çarpanlarını yazarken uygun çarpanlar seçmeli ve çarpaz çarpılıp toplanınca ortadaki terimi vermesi gerektiğini unutmamalıyız. Buna göre bu ifade şu şekilde çarpanlarına ayrılırdı.



$$\begin{array}{rcccl} 2x^2 & + & 7x & - & 15 \\ \downarrow & & & & \downarrow \\ 2x & & & & -3 \\ & \swarrow & \searrow & & \\ & x & & + & 5 \end{array}$$

$$10x - 3x = +7x$$

Her iki terimin çarpanlarını altlarına yazdık ve çapraz çarpıp topladığımızda ortadaki terimi vermesini sağladık. Son olarak bu üç terimli cebirsel ifadenin çarpanlara ayrılmış şeklini yazmalıyız. Çarpanlara ayrılmış şeklini yazarken yan yana bulunan ifadeleri toplayacağız ve bunları çarpacağız. Yani resimdeki mavi kısım ile kırmızı kısmı çarpacağız.

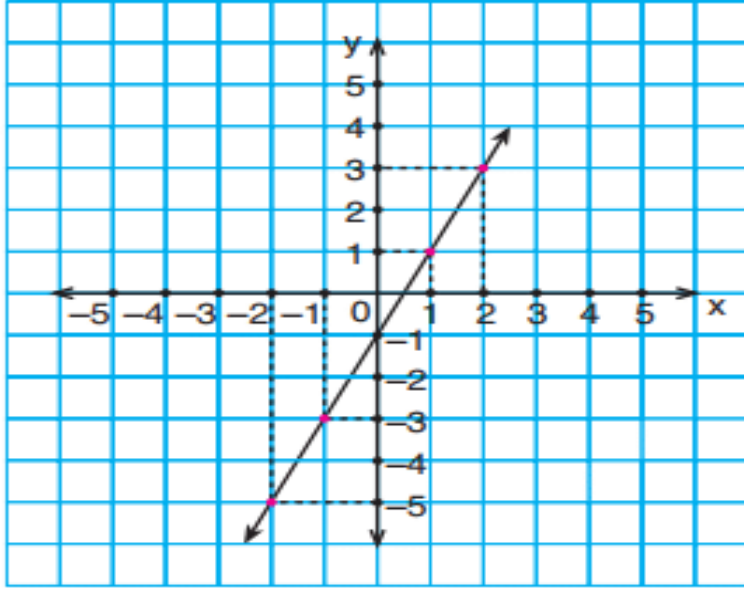
$$2x^2 + 7x - 15 = (2x - 3) \cdot (x + 5)$$

4.Ünite

doğrusal denklemler ve eşitsizlikler

$y = 2x - 1$ doğrusal denkleminin grafiğini çizelim. Denklemin belirttiği grafiği çizmek için önce bir tablo oluşturalım. Tabloda x değişkenine farklı değerler vererek y değişkeninin alacağı değerleri bulalım. Bulduğumuz noktaları koordinat sisteminde gösterelim ve bu noktalardan geçen doğru grafiğini çizelim. (Doğrusal denklemlerin grafiğini çizerken en az iki nokta bulunması yeterlidir. Çünkü iki noktadan yalnız bir doğru geçer. Aşağıda, grafik çiziminin daha iyi anlaşılması için ikiden fazla nokta bulunacak şekilde değerler verildi.)

x	$2x - 1$	y	(x, y)
- 2	$2 \cdot (- 2) - 1$	- 5	$(- 2, - 5)$
- 1	$2 \cdot (- 1) - 1$	- 3	$(- 1, - 3)$
0	$2 \cdot 0 - 1$	- 1	$(0, - 1)$
1	$2 \cdot 1 - 1$	1	$(1, 1)$
2	$2 \cdot 2 - 1$	3	$(2, 3)$



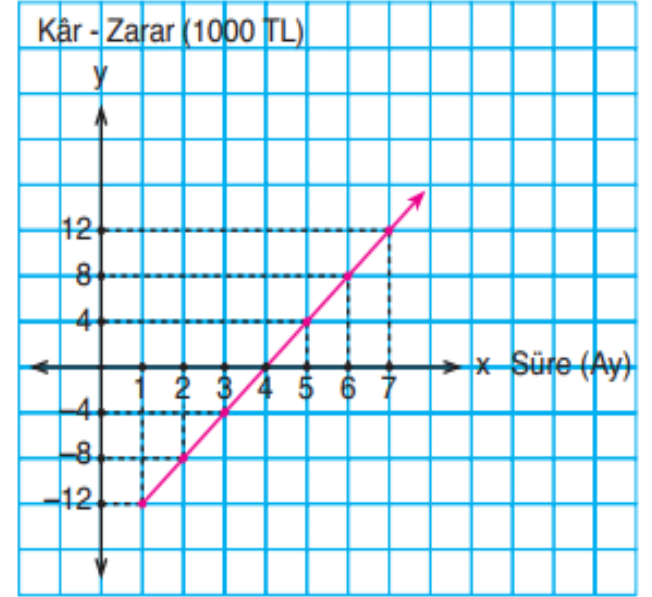
Doğrusal denklemlerin grafikleri bir doğru belirtir.

Mehmet Bey bilgisayar malzemeleri satmak için bir mağaza açmıştır. Mehmet Bey ilk üç ay sırası ile 12 000, 8000 ve 4000 TL zarar etmiştir.

Dördüncü ayda ne kar ne de zarar etmiştir. Beşinci aydan itibaren sıra ile 4000, 8 000 ve 16 000 TL kar etmiştir. Mağazanın kar-zarar durumunu aylara göre gösteren bir tablo düzenleyelim. Tablodan yararlanarak grafik ve denklemi oluşturalım ve yorumlayalım.



Süre (Ay)	İlişki	Kâr-Zarar Durumu (1000)
1	1'in 4 katının 16 eksiği	- 12
2	2'nin 4 katının 16 eksiği	- 8
3	3'ün 4 katının 16 eksiği	- 4
4	4'ün 4 katının 16 eksiği	0
5	5'in 4 katının 16 eksiği	4
6	6'nın 4 katının 16 eksiği	8
7	7'nin 4 katının 16 eksiği	12
⋮	⋮	⋮
x	x'in 4 katının 16 eksiği	$y = 4x - 16$



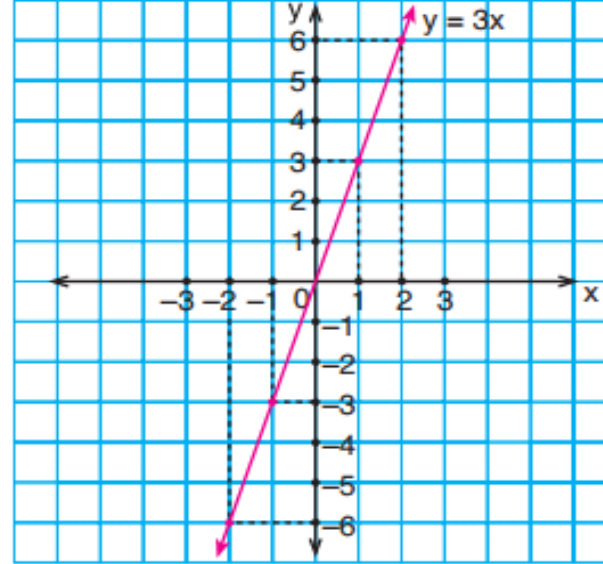
Tablodaki örüntüyü incelediğimizde kar-zarar durumunu y ile gösterirsek bu sayı ile geçen süre olan x arasındaki ilişkinin $y = 4x - 16$ şeklinde olduğunu görürüz.



- Pozitif ve negatif değerlerimiz olduğu için grafik, 1 ve 4. bölgede çizilmiştir. x değişkenine (süreye bağlı olarak) y 'nin değeri (kar-zarar durumu) değişmektedir. Buna göre x bağımsız, y bağımlı değişkendir. Grafiğin x eksenini kestiği nokta olan $(4, 0)$ da mağaza ne kar ne de zarar etmektedir. 1. bölgede mağaza karda, 2. bölgede ise zarardadır. Grafiğe göre mağaza her ay bir önceki aya göre 4000 TL daha fazla kazanmaktadır. Grafik y eksenini kesmemektedir. Çünkü 0. ayda mağaza açılmadığı için mağazanın ne kâr ne de zarar durumu söz konusudur.
- **$(0, 0)$ noktası denklemi sağlıyorsa yani $x = 0$ için $y = 0$ oluyorsa bu doğru orijinden geçer. Orijinden geçen doğru denklemlerinde sabit terim yoktur.**
- $y = 3x$ denkleminin grafiğini çizelim ve yorumlayalım.
- $y = 3x$ denkleminde x 'in alacağı farklı değerler için y 'nin alacağı değerleri bulalım. Yani x 'i bağımsız, y 'yi bağımlı değişken olarak alalım.



x	$y = 3x$	(x, y)
-2	$y = 3 \cdot (-2) = -6$	$(-2, -6)$
-1	$y = 3 \cdot (-1) = -3$	$(-1, -3)$
0	$y = 3 \cdot 0 = 0$	$(0, 0)$
1	$y = 3 \cdot 1 = 3$	$(1, 3)$
2	$y = 3 \cdot 2 = 6$	$(2, 6)$



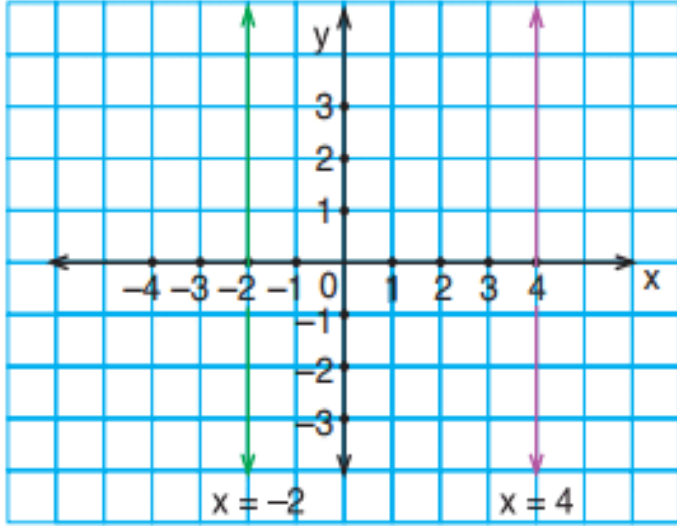
$x = a$ biçimindeki doğrular, y eksenine paraleldir. Bu doğrular, x eksenini $(a, 0)$ noktasında keser.
 $y = a$ biçimindeki doğrular, x eksenine paraleldir. Bu doğrular, y eksenini $(0, a)$ noktasında keser.

H. Aysun COŞKUN



örnek

- Aşağıda verilen denklemlerin grafiklerini çizelim ve yorumlayalım.
- **a)** $x = 4$ ve $x = -2$
- **b)** $y = 3$ ve $y = -4$
- Verilen denklemler birer doğru belirtir.
a. $x = 4$ ve $x = -2$ doğrularında x sabit bir değerdir. Doğrular y eksenine paraleldir.
 $x = 4$ doğrusu x eksenini $(4, 0)$ noktasında keser.



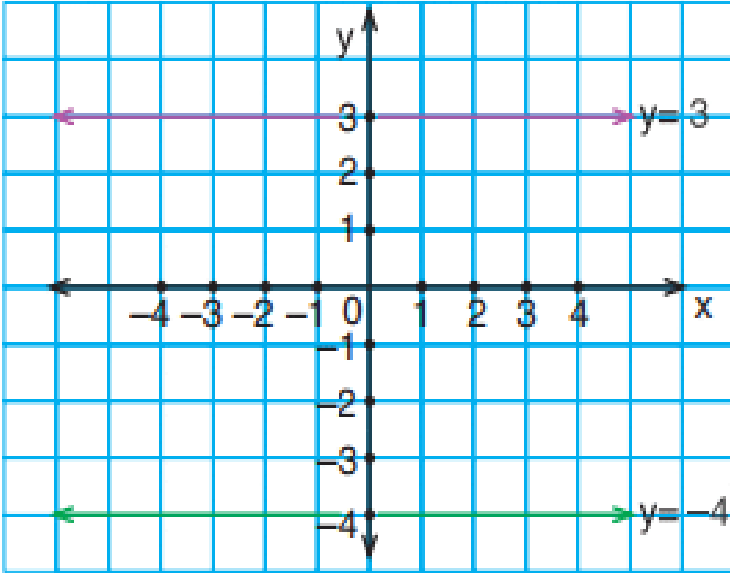
$x = -2$ doğrusu x eksenini $(-2, 0)$ noktasında keser

H. Aysun COŞKUN



Yola devammm😊

- b)** $y = 3$ ve $y = -4$ doğrularında y sabit bir değerdir. Doğrular x eksenine paraleldir.
 $y = 3$ doğrusu x eksenini $(0, 3)$ noktasında keser.
 $y = -4$ doğrusu x eksenini $(0, -4)$ noktasında keser

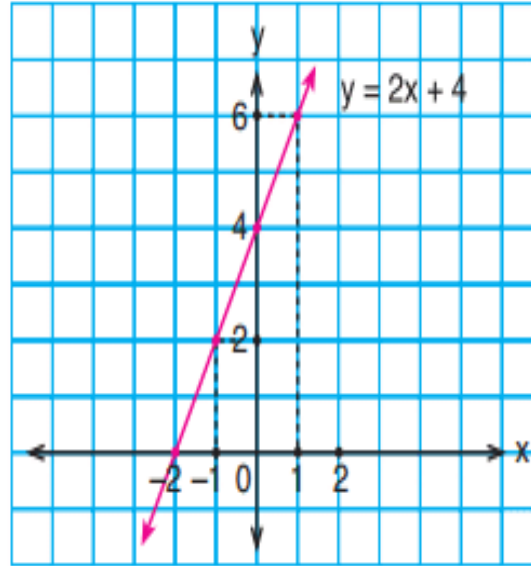


önemli

- **$y = ax + b$ biçiminde sabit terimi olan doğrusal denklemlerin grafikleri x ve y eksenlerini keser.**
- **$y = 2x + 4$** denkleminin grafiğini çizelim ve yorumlayalım.
- **$y = 2x + 4$** denkleminde sabit terim vardır. O halde grafiğin x ve y eksenini kestiği noktaları belirleyerek çizim yapılabilir. Bunun için x ve y yerine 0 yazılır. Doğrunun eksenleri kestiği noktalar dışında diğer noktaları da tabloda vererek grafiğimizi çizelim.



x	y	(x, y)
0	4	(0, 4)
-2	0	(-2, 0)
-1	2	(-1, 2)
1	6	(1, 6)



H. Aysun COŞKUN



Doğrusal eğim

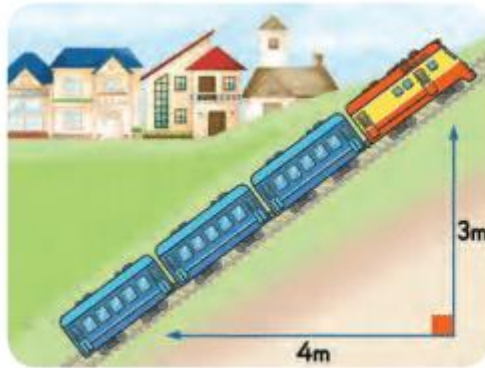
Doğrusal Eğim

Bir yüzey ya da doğru üzerinde, birim uzaklıktaki iki nokta arasındaki yükselme ya da alçalma değerine “eğim” denir.

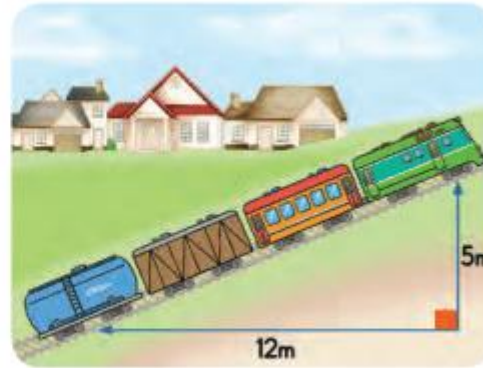
Eğim m harfiyle gösterilir

m = Dikey uzunluk/Yatay uzunluk

Bir tren önce 1. demir yolunda bir süre devam etmiş daha sonra 2. demir yoluna geçmiştir. Tren 1. demir yolundan 2. demir yoluna geçtiğinde eğimde nasıl bir değişiklik olduğunu bulalım.



1. demiryolu



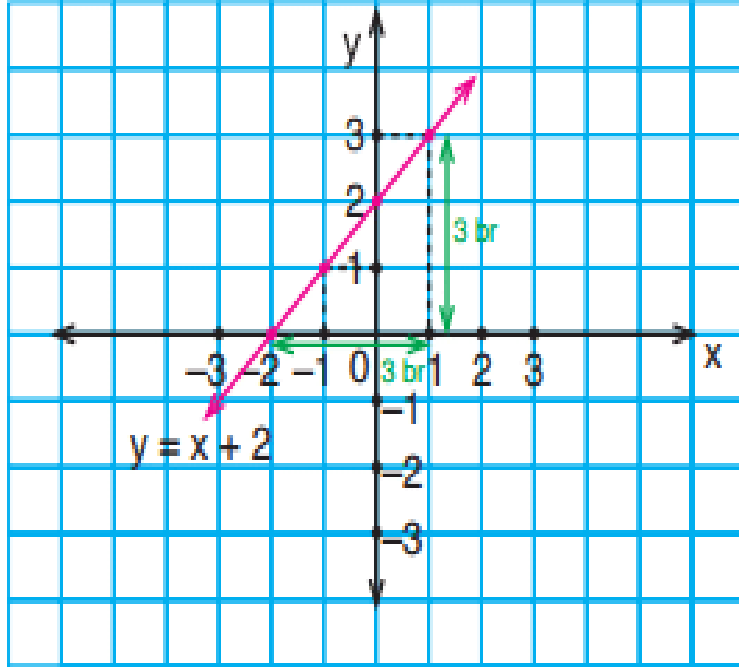
2. demiryolu



- 1. demir yolundaki eğim:
- $m = \text{dikey uzunluk/yatay uzunluk}$
- $m = 3/4 = 75/100 = \%75$
- 2. demir yolundaki eğim:
- $m = \text{dikey uzunluk/yatay uzunluk}$
- $m = 5/12 = 40/96 \approx 40/100 = \%40$
- Birinci yoldaki eğim $\%75$, ikinci yoldaki eğim $\%40$ 'tır. O halde eğim, birinci yoldan ikinci yola geçerken azalmıştır.

önemli

- *** Doğrunun eğimi pozitif veya negatif olabilir. Eğimi pozitif olan doğrular, sağa doğru; eğimi negatif olan doğrular, sola doğru eğimlidirler.
- *** $y = mx + b$ biçimindeki bir denklemde x 'in katsayısı olan m sayısına, “doğrunun eğimi” denir.
- $y = x + 2$ doğrusunun grafiğini çizerek eğimini bulalım.
- $y = x + 2$ denkleminde, x değişkenine verilen değerlere bağlı olarak y değişkeninin aldığı değerleri bir tabloya sıralı ikililer halinde yazalım:



x	y	(x, y)
-2	0	(-2, 0)
-1	1	(-1, 1)
0	2	(0, 2)
1	3	(1, 3)

$y = x + 2$ doğrusu sağa doğru eğimli olduğu için eğimi pozitif değer alır.

$m = \text{dikey uzunluk/yatay uzunluk}$
 $m = 3/3 = 1$ 'dir.

$y = x + 2$ doğrusunun eğimini grafik çizmeden bulalım.



önemli

Doğru Denklemi	x'in Katsayısı	y'nin Katsayısı
$y = x + 2$	1	1

$$m = \frac{1}{1} \rightarrow \begin{array}{l} \text{x'in katsayısı} \\ \text{y'nin katsayısı} \end{array}$$

$$m = 1 \text{ 'dir.}$$

***** x eksenine paralel olan doğruların eğimi sıfırdır.**

***** y eksenine paralel olan doğruların eğimi sonsuzdur.**

***** Doğruların eğimlerini karşılaştırırken eğimi veren değerlerin mutlak değeri alınarak karşılaştırma yapılır.**

$x - 3y + 6 = 0$ doğrusunun eğimini bulalım.

$x - 3y + 6 = 0$ doğrusal denkleminde y değişkenini x değişkeni cinsinden düzenleyelim.

$$3y = x + 6$$

O halde $y = (1/3) \cdot x + 2$ ise $m = 1/3$ 'tür.



- **Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler**
- Bir denklemde eşitliğin her iki tarafını aynı sayıyla toplamak, çıkarmak, çarpmak ya da bölmek denklemdeki eşitliği bozmaz.
- Ali'nin yaşının iki katının üçte biri 18'dir. Ali kaç yaşındadır?
- Ali'nin yaşına x dersek, Ali'nin yaşının iki katının üçte biri $\frac{2}{3}x$ olur.
Ali'nin yaşının iki katının üçte biri 18'e eşit ise
 $\frac{2}{3}x = 18$ 'dir.
Denklemi çözelim:

$$\frac{2}{3}x = 18$$

$$\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{2}}} \cdot \frac{\overset{2}{\cancel{2}}}{\underset{3}{\cancel{3}}} x = \overset{9}{\cancel{18}} \cdot \frac{3}{\underset{2}{\cancel{2}}}$$

$$x = 9 \cdot 3$$

$$x = 27 \text{ olur.}$$

Ali'nin yaşı 27'dir.

***** Paydayı “0” yapan değerler, bilinmeyen değer olarak alınmaz.**

H. Aysun COŞKUN



eşitsizlikler

- Hayatımızda eşitlikler kadar eşitsizlikler de vardır. Hatta eşitsizlik eşitlikten daha fazla karşımıza çıkar diyebiliriz. Peki matematikte nasıl tanımlıyoruz bu eşitsizlik kavramını? Hadi öğrenelim.
- $>$ (büyüktür), $\geq$ (büyüktür veya eşittir), $<$ (küçüktür), $\leq$ (küçüktür veya eşittir) sembolleri ile yazılan matematiksel ifadelere **eşitsizlik** denir.



- Eşitsizliklerde kullandığımız sembolleri tanıyalım:
- $>$ Büyüktür sembolü. Bu sembolün solundaki ifade sağındakinden büyüktür. Örnek: $5 > 3$
- $<$ Küçüktür sembolü. Bu sembolün solundaki ifade sağındakinden küçüktür. Örnek: $1 < 7$
- $\geq$ Büyüktür veya eşittir sembolü. Bu sembolün solundaki ifade sağındakinden büyük de olabilir eşit de olabilir. Örnek: $x \geq 3$ ifadesinde x sayısı 3 de olabilir 3'ten büyük de olabilir.
- $\leq$ Küçüktür veya eşittir sembolü. Bu sembolün solundaki ifade sağındakinden küçük de olabilir eşit de olabilir.
- Örnek: $x \leq 12$ ifadesinde x sayısı 12 de olabilir 12'ten küçük de olabilir.



- **ÖRNEK:** Aşağıdaki ifadelere uygun matematiksel ifadeleri yazalım.
- 2 katının 4 fazlası 10 olan sayı: $2x + 4 = 10$
- 2 katının 4 fazlası 10'dan küçük olan gerçekte sayılar: $2x + 4 < 10$
- 2 katının 4 fazlası 10'dan büyük olan gerçekte sayılar: $2x + 4 > 10$
- 2 katının 4 fazlası 10'a eşit veya 10'dan küçük olan gerçekte sayılar: $2x + 4 \leq 10$
- 2 katının 4 fazlası 10'a eşit veya 10'dan büyük olan gerçekte sayılar: $2x + 4 \geq 10$



- Yukarıdaki beş ifadeden ilki eşitliktir. Diğer dördü ise eşitsizliktir.
- **ÖRNEK:** Aşağıdaki ifadelere uygun eşitsizlikleri yazalım.
- -2 katının 5 fazlası 10'dan küçük veya 10'a eşit olan gerçek sayılar: **$-2.x + 5 \leq 10$**
- 3 katının 12 eksiği, 10 katının 5 fazlasından küçük olan gerçek sayılar: **$3.x - 12 < 10.x + 5$**
- 7 fazlasının 2 katı kendisinden büyük olan gerçek sayılar: **$2.(x + 7) > x$**
- Şimdi eşitsizliklerde hangi işlemleri yapabiliriz öğrenelim.

Eşitsizliklerin özellikleri

- **EŞİTSİZLİKLERİN ÖZELLİKLERİ**

- Bir eşitsizliğin her iki tarafına aynı sayı eklenir veya her iki taraftan aynı sayı çıkarılırsa eşitsizlik bozulmaz.
- **ÖRNEK:** $13 < 14$ ifadesinde eşitsizliğin;
 - her iki tarafına 10 eklersek: $23 < 24$ olur,
 - her iki tarafından 10 çıkartırsak: $3 < 4$ olur.
- Gördüğümüz gibi yaptığımız işlemler sonunda elde ettiğimiz eşitsizlik doğru bir eşitsizliktir.
- Bir eşitsizliğin her iki tarafı aynı pozitif sayı ile çarpılır veya aynı negatif sayıya bölünürse eşitsizlik bozulmaz.
- **ÖRNEK:** $20 > 10$ ifadesinde eşitsizliğin;
 - her iki tarafını 10 ile çarparsak: $200 > 100$ olur,
 - her iki tarafını 10'a bölersek: $2 > 1$ olur.
- Gördüğümüz gibi yaptığımız işlemler sonunda elde ettiğimiz eşitsizlik doğru bir eşitsizliktir.
- Bir eşitsizliğin her iki tarafı aynı negatif sayı ile çarpılır veya aynı negatif sayıya bölünürse eşitsizlik yön değişir. Eşitsizliğin yön değiştirmesi demek, küçüktür ($<$) işaretinin büyüktür ($>$) olması veya büyüktür ($>$) işaretinin küçüktür ($<$) işareti olması demektir. Aynı şekilde $\leq$ işareti $\geq$ işareti olur ve $\geq$ işareti $\leq$ olur.

örnek

- **ÖRNEK:** $16 > 12$ ifadesinde eşitsizliğin;
- her iki tarafını -10 ile çarparsak eşitsizlik yön değiştirmelidir: $-160 < -120$ olur,
- her iki tarafını -4 'e bölersek eşitsizlik yön değiştirmelidir: $-4 < -3$ olur.
- Gördüğümüz gibi yaptığımız işlemler sonunda elde ettiğimiz eşitsizlik doğru bir eşitsizliktir.

Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler

- $a, b \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ olmak üzere,
 $ax + b > 0$
 $ax + b \geq 0$
 $ax + b < 0$
 $ax + b \leq 0$ biçiminde yazılabilen cebirsel ifadeler, **birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik** denir.
- **EŞİTSİZLİKLERİN ÇÖZÜM KÜMESİNİ BULMA VE SAYI DOĞRUSUNDA GÖSTERME**
- Eşitsizlikleri çözerken esasında denklemleri çözer gibi çözeriz yani bilinmeyişi eşitsizliğin bir tarafında yalnız bırakırız. Bu durumu oluştururken de yukarıda öğrendiğimiz özellikleri kullanırız. Birinci derece denklemlerin çözüm kümesinde bir sayı bulunurken birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesi ise bir sayı değil bir aralıktır.
- Eşitsizliğin çözüm kümesini sayı doğrusunda gösterirken “ $\leq$ veya $\geq$ ” sembollerinde başlangıç noktasının içi dolu, “ $<$ veya $>$ ” sembollerinde başlangıç noktası çözüm kümesine dahil olmadığından içi boş olur.



- **ÖRNEK:** Aşağıda bazı eşitsizliklerin sayı doğrusu üzerinde gösterimi verilmiştir.



$$x \geq -1$$



$$12 \leq x < 15$$



$$x < 2$$

örnek

- **ÖRNEK:** $2x + 3 > 11$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım ve sayı doğrusunda gösterelim.
- x 'i yalnız bırakmak için önce her iki taraftan 3 çıkartılır.
- $2x + 3 - 3 > 11 - 3$
- $2x > 8$
- her iki taraf 2'ye bölünür.
- $x > 4$
- Çözüm kümesini sayı doğrusunda gösterirken sayı doğrusunda 4'ten büyük olan kısım işaretlenir. -4 sayısı çözüm kümesine dahil olmadığı için içi boş bırakılır.



H. Aysun COŞKUN



örnek

- **ÖRNEK:** $40 - x \leq 50$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım ve sayı doğrusunda gösterelim.
- $40 - x - 40 \leq 50 - 40$
- $-x \leq 10$
- eşitsizliğin her iki tarafı -1 ile çarpılır. Negatif sayı ile çarptığımız için aradaki işaretin yön değiştirdiğini unutmayalım.
- $-x \cdot -1 \leq 10 \cdot -1$
- $x \geq -10$
- Çözüm kümesini sayı doğrusunda gösterirken sayı doğrusunda -10 ve -10 'dan büyük olan kısım işaretlenir. -10 sayısı çözüm kümesine dahil olduğu için bu sayı da işaretlenir.

Dikkaatttt😊



H. Aysun COŞKUN



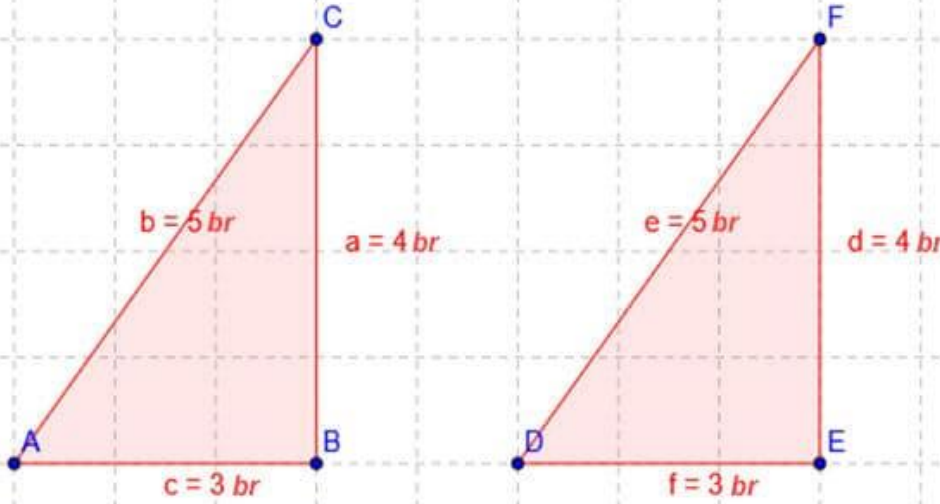
5.Ünite

Üçgenler ve eşlik-benzerlik

- # İki üçgenin karşılıklı kenarının uzunlukları ve açılarının ölçüleri birbirine eşit ise bu üçgenler **eş üçgenler**dir.
- # İki üçgenin eşliği “ $\cong$ ” sembolü ile gösterilir. Sembolle gösterirken eş olan açılar aynı sırada yazılmalıdır.

Önemli😊

ÜÇGENLERDE EŞLİK



Yukarıdaki iki üçgenin karşılıklı tüm açılarının ölçüleri ve kenar uzunlukları birbirine eşit olduğu için bu iki üçgen eşittir. Bu eşlik sembolle şu şekilde gösterilir:

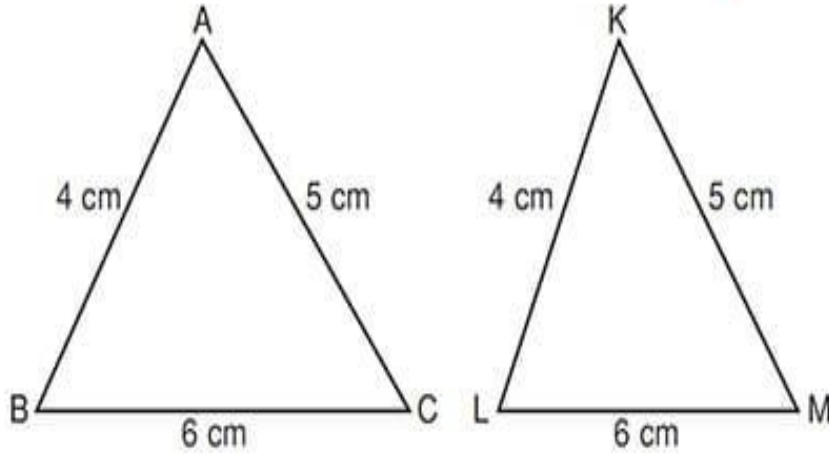
$$\triangle ABC \cong \triangle DEF$$

Üçgenlerde eşlik şartları

- İki üçgenin karşılıklı tüm kenarlarının uzunlukları ve tüm açılarının ölçüleri eşitse bu iki üçgen eştir. Ancak iki üçgenin tüm kenarları ve tüm açıları her zaman verilmeyebilir. Böyle durumlarda bu kısıtlı verilere bakarak da biz iki üçgenin eş olup olmadığına kanaat getirebiliriz. Bunun için aşağıdaki eşlik şartlarını kullanırız. Eğer iki üçgen arasında bu şartlardan biri sağlanıyorsa bu iki üçgen eştir diyebiliriz.
- **1) Kenar – Kenar – Kenar Eşlik Şartı (KKK)**
- **#** İki üçgen arasında birebir eşleme yapıldığında karşılıklı **tüm kenar uzunlukları eşit ise** bu üçgenler eş üçgenlerdir. Buna; Kenar – Kenar – Kenar (KKK) eşlik şartı denir.
- **ÖRNEK:** Aşağıdaki iki üçgen Kenar-Kenar-Kenar eşlik şartına göre eştir.

örnek

Kenar - Kenar - Kenar (KKK) Eşlik Şartı



$$|AB| = |KL| = 4\text{ cm}$$

$$|AC| = |KM| = 5\text{ cm}$$

$$|BC| = |LM| = 6\text{ cm}$$

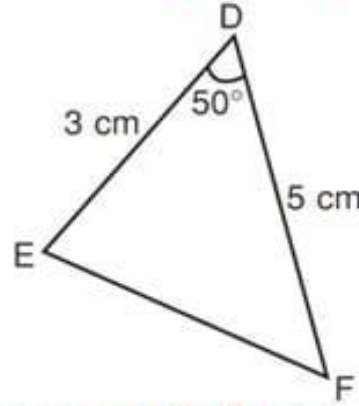
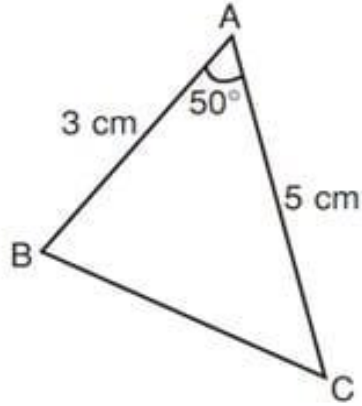
$$\widehat{ABC} \cong \widehat{KLM}$$



- **2) Kenar – Açı – Kenar Eşlik Şartı (KAK)**
- **#** İki üçgen arasında birebir eşleme yapıldığında **ikişer kenar uzunlukları ve bu iki kenar arasında kalan açılarının ölçüleri eşit ise** bu üçgenler eş üçgenlerdir.
- Buna; Kenar – Açı – Kenar (KAK) eşlik şartı denir.
- **ÖRNEK:** Aşağıdaki iki üçgen Kenar-Açı-Kenar eşlik şartına göre eştir.



Kenar - Açı - Kenar (KAK) Eşlik Şartı



$$|AB| = |DE| = 3 \text{ cm}$$

$$|AC| = |DF| = 5 \text{ cm}$$

$$s(\widehat{A}) = s(\widehat{D}) = 50^\circ$$

$$\widehat{ABC} \cong \widehat{DEF}$$

H. Aysun COŞKUN

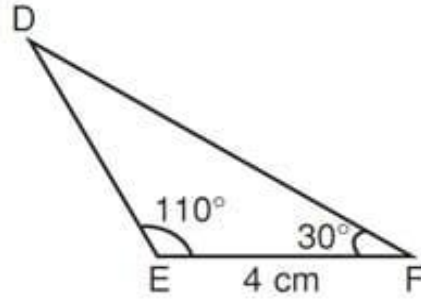
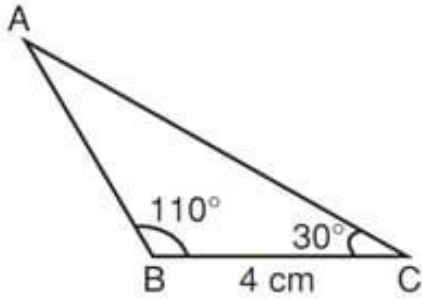


Tabii ki de devam ediyoruz😊

- **3) Açı – Kenar – Açı Eşlik Şartı (AKA)**
- **# İki üçgen arasında birebir eşleme yapıldığında *ikişer* açılarının ölçüleri ve bu iki açı arasında kalan kenar uzunlukları eşit ise bu üçgenler eş üçgenlerdir. Buna; Açı – Kenar – Açı (AKA) eşlik şartı denir.**
- **ÖRNEK:** Aşağıdaki iki üçgen Açı-Kenar-Açı eşlik şartına göre eştir.



Açı - Kenar - Açı (AKA) Eşlik Şartı



$$s(\widehat{B}) = s(\widehat{E}) = 110^\circ$$

$$|BC| = |EF| = 4\text{ cm}$$

$$s(\widehat{C}) = s(\widehat{F}) = 30^\circ$$

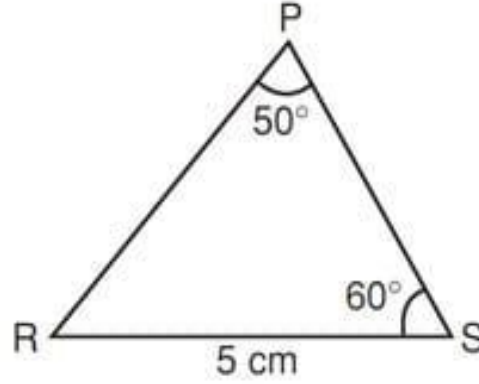
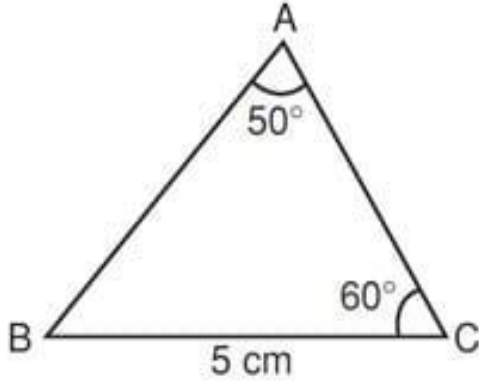
$$\widehat{ABC} \cong \widehat{DEF}$$



- **4) Kenar – Açı – Açı Eşlik Şartı (KAA)**
- **#** İki üçgen arasında birebir eşleme yapıldığında **ikişer açılarının ölçüleri ve bu açılardan herhangi birinin karşısındaki kenarın uzunlukları eşit ise** bu üçgenler eş üçgenlerdir. Buna; Kenar – Açı – Açı (KAA) eşlik şartı denir.
- **ÖRNEK:** Aşağıdaki iki üçgen Kenar-Açı-Açı eşlik şartına göre eştir.



Kenar - Açı - Açı (KAA) Eşlik Şartı



$$s(\widehat{A}) = s(\widehat{P}) = 50^\circ$$

$$s(\widehat{C}) = s(\widehat{S}) = 60^\circ$$

$$|BC| = |RS| = 5 \text{ cm}$$

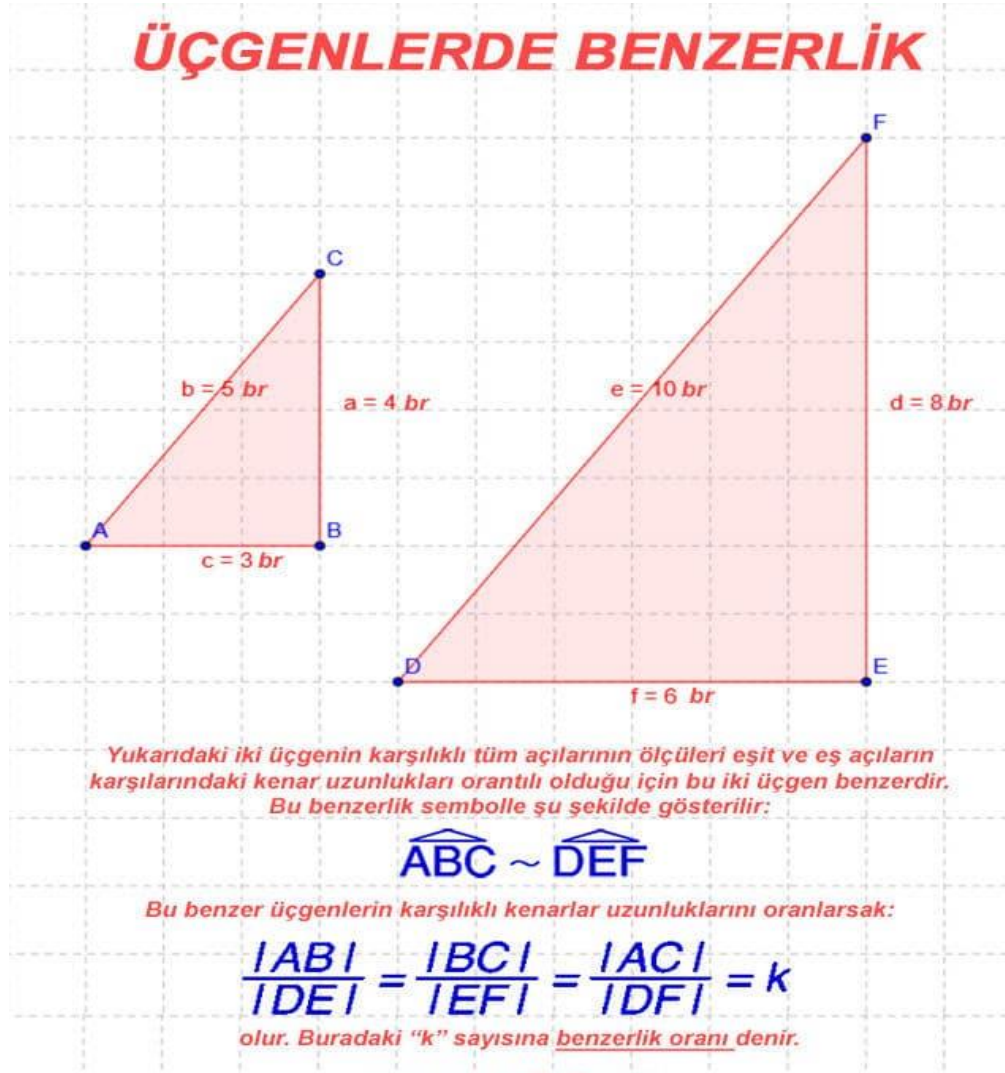
$$\widehat{ABC} \cong \widehat{PRS}$$

Üçgenlerde benzerlik

- # İki üçgenin karşılıklı açılarının ölçüleri birbirine eşit ve karşılıklı kenarlarının uzunlukları orantılı ise bu üçgenler **benzer üçgenlerdir**.
- # İki üçgenin benzerliği “ $\sim$ ” sembolü ile gösterilir. Sembolle gösterirken eş olan açılar aynı sırada yazılmalıdır.
- # Benzer iki üçgende karşılıklı kenarları oranlarsak bu oranlar bir sayıya eşit olur. Bu sayıya **benzerlik oranı** denir. Genelde **k** harfi ile gösterilir.
- Örneğin aşağıdaki örnekte benzerlik oranı $1/2$ 'dir. Pay ve paydaların yeri değişirse benzerlik oranı 2 olarak da yazılabilir.
- Bu, “DEF üçgeninin kenar uzunlukları ABC üçgeninin 2 katıdır.” veya “ABC üçgeninin kenar uzunlukları DEF üçgeninin yarısıdır.” anlamına gelir.



Dikkatli inceleyelim😊

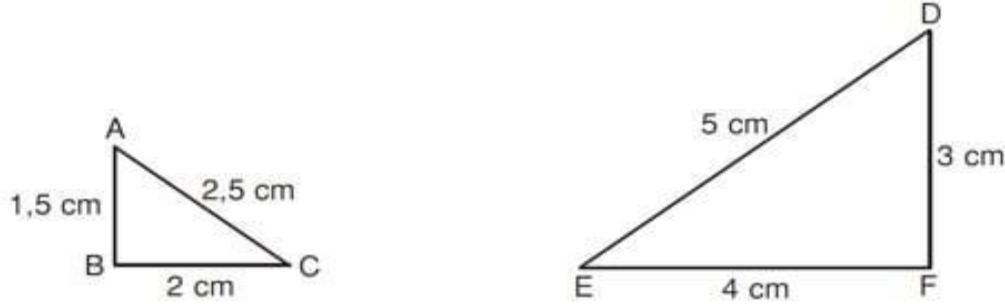


Üçgenlerde benzerlik şartları

- İki üçgenin tüm kenarları ve tüm açıları her zaman verilmeyebilir. Böyle durumlarda bu kısıtlı verilere bakarak da biz iki üçgenin benzer olup olmadığına kanaat getirebiliriz. Bunun için aşağıdaki benzerlik şartlarını kullanırız. Eğer iki üçgen arasında bu şartlardan biri sağlanıyorsa bu iki üçgen benzerdir diyebiliriz.
- 1) Kenar – Kenar – Kenar Benzerlik Şartı (KKK)**
- #** İki üçgen arasında birebir eşleme yapıldığında karşılıklı **kenar uzunluklarının oranı birbirine eşit ise** bu üçgenler benzer üçgenlerdir. Buna; Kenar – Kenar – Kenar (KKK) benzerlik şartı denir.
- ÖRNEK:** Aşağıdaki iki üçgen Kenar-Kenar-Kenar benzerlik şartına göre benzerdir.



Kenar - Kenar - Kenar (KKK) Benzerlik Sartı



KKK kuralına göre aynı yöndeki kenar uzunluklarını birbirine oranlayalım:

$$\frac{AB}{DF} = \frac{1,5}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{BC}{EF} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{AC}{DE} = \frac{2,5}{5} = \frac{1}{2}$$

Üçgenlerin kenar uzunluklarının birbirine oranı eşittir.

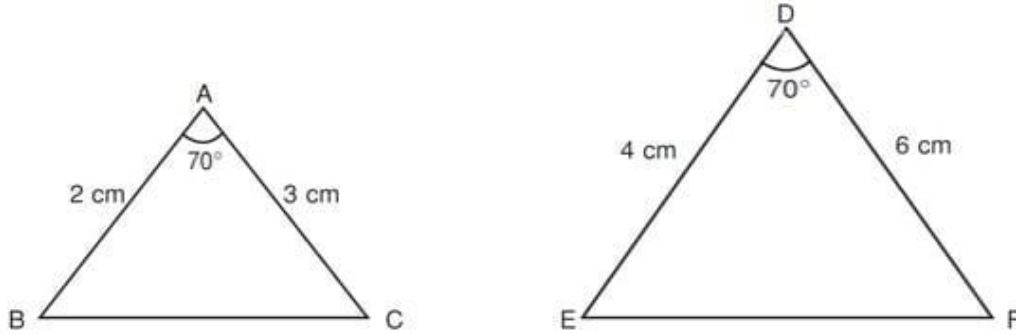
ABC üçgeni DEF üçgeninin $\frac{1}{2}$ oranında küçültülmüş şeklidir.

Buna göre $\widehat{ABC} \sim \widehat{DFE}$ olur.

- **2) Kenar – Açı – Kenar Benzerlik Şartı (KAK)**
- **#** İki üçgen arasında birebir eşleme yapıldığında **karşılıklı ikişer kenar uzunluklarının oranı ve bu iki kenar arasında kalan açılarının ölçüleri birbirine eşit ise** bu üçgenler benzerdir üçgenlerdir. Buna; Kenar – Açı – Kenar (KAK) benzerlik şartı denir.
- **ÖRNEK:** Aşağıdaki iki üçgen Kenar-Açı-Kenar benzerlik şartına göre benzerdir.



Kenar - Açı - Kenar (KAK) Benzerlik Şartı



$$s(\widehat{A}) = s(\widehat{D}) = 70^\circ, \quad \frac{|AB|}{|DE|} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad \text{ve} \quad \frac{|AC|}{|DF|} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

ABC ve DEF üçgenlerinin karşılıklı kenarların arasında kalan açılarının ölçüleri birbirine eşittir. Üçgenlerin açılarını oluşturan kenarları da orantılıdır.

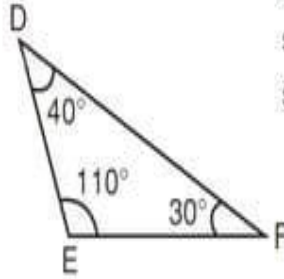
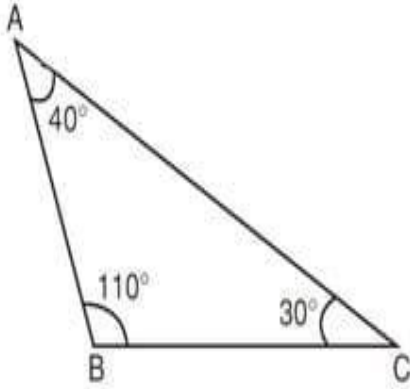
Kenar - Açı - Kenar (KAK) kuralına göre $\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ dir.



- **3) Açı – Açı Benzerlik Şartı (AA)**
- **#** İki üçgen arasında birebir eşleme yapıldığında **karşılıklı iki açılarının ölçüleri birbirine eşit ise** bu üçgenler benzer üçgenlerdir. Buna; Açı – Açı (AA) benzerlik şartı denir. İki açıları eş olduğu için üçüncü açıları da eştir. Bu yüzden bu şarta Açı – Açı – Açı (AAA) benzerlik şartı da denilebilir.
- **ÖRNEK:** Aşağıdaki iki üçgen Açı-Açı benzerlik şartına göre benzerdir.



Açı - Açı (AA) Benzerlik Şartı



$$s(\widehat{A}) = 180^\circ - (110^\circ + 30^\circ)$$

$$s(\widehat{A}) = 40^\circ$$

$$s(\widehat{D}) = 180^\circ - (110^\circ + 30^\circ)$$

$$s(\widehat{D}) = 40^\circ$$

ABC ve DEF üçgenlerinin, karşılıklı açıların ölçüleri eşit olmasına rağmen eş olmadıklarını görüyoruz. İki üçgenin karşılıklı kenar uzunlukları farklı fakat oranları birbirine eşittir. Üçgenlerin kenar uzunluklarını ölçerek birbirine oranlarsak,

$$\frac{DE}{AB} = \frac{DF}{AC} = \frac{EF}{BC} \text{ olduğunu görürüz. Buradan AA kuralına göre ABC üçgeni ile DEF üçgeni birbiri-}$$

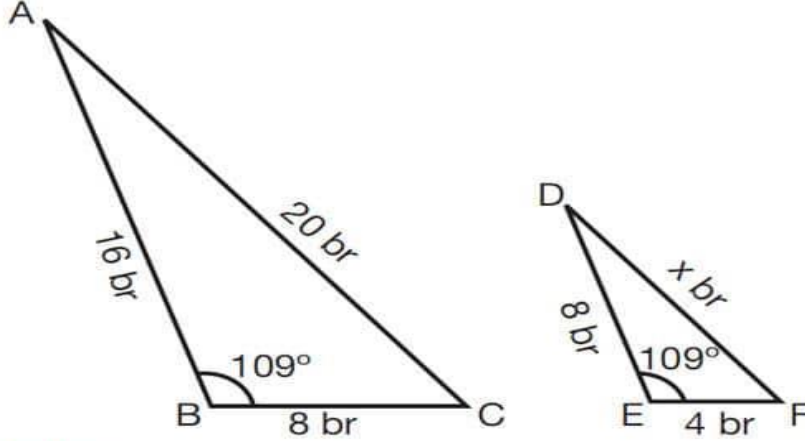
ne benzerdir. Bunu, $\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ şeklinde sembolle yazarız.

Çoookk önemmliiii😊

- **EŞLİK VE BENZERLİK İLE İLGİLİ**
- # Her eş üçgen aynı zamanda benzerdir, ancak her benzer üçgen eş olmak zorunda değildir.
- # Eş üçgenler benzerlik oranı 1 olan benzer üçgenlerdir.
- # İki üçgenin benzerlik oranı k ise çevreleri oranı da k 'dır.
- # İki üçgenin benzerlik oranı k ise karşılıklı yükseklikleri, açıortayları, kenarortayları oranı da k 'dır.
- # İki üçgenin benzerlik oranı k ise alanları oranı da k^2 'dir.
- **ÖRNEKLER:** Aşağıdaki üçgenlerde x ile gösterilen uzunlukları bulalım.

Örnek😊

Örnek:



Çözüm:

ABC ve DEF üçgenlerinde,

$$\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{16 \text{ br}}{8 \text{ br}} = 2$$

$$\frac{|BC|}{|EF|} = \frac{8 \text{ br}}{4 \text{ br}} = 2 \text{ ve}$$

$s(\hat{B}) = s(\hat{E}) = 109^\circ$ olduğundan KAK benzerlik şartı sağlanır.

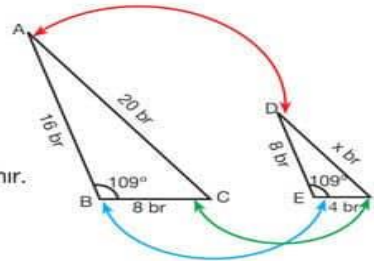
Bu durumda $\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ olur.

$$\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BC|}{|EF|} = \frac{|AC|}{|DF|} = 2$$

$$\frac{|AC|}{|DF|} = 2$$

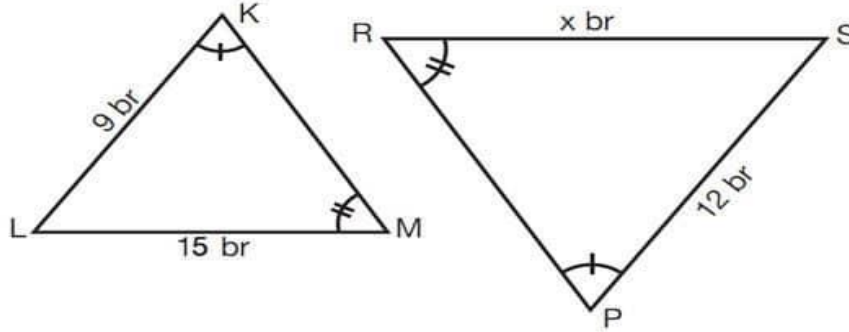
$$\frac{20 \text{ br}}{x} = 2$$

$x = 10 \text{ br}$ olarak buluruz.



örnek

Örnek:



Çözüm:

KLM ve PRS üçgenlerinde,

$$\angle K = \angle P$$

$\angle M = \angle S$ olduğundan AA benzerlik şartı sağlanır. Bu durumda

$$\triangle KLM \sim \triangle PRS \text{ olur.}$$

$$\frac{KL}{PS} = \frac{LM}{SR} = \frac{KM}{PR} \text{ dir.}$$

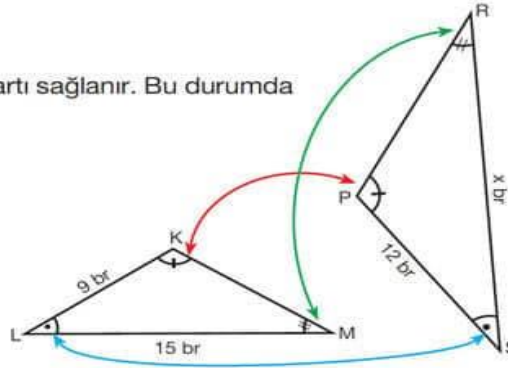
$$\frac{KL}{PS} = \frac{LM}{SR}$$

$$\frac{9}{12} = \frac{15}{x}$$

$$9 \cdot x = 15 \cdot 12$$

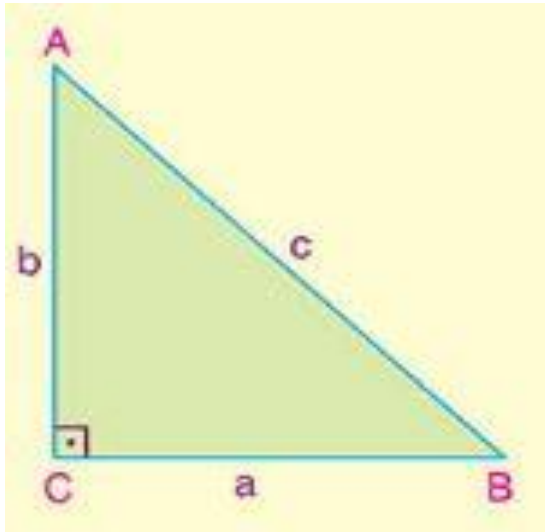
$$x = \frac{15 \cdot 12}{9}$$

$x = 20$ br olarak buluruz.



Pisagor bağıntısı

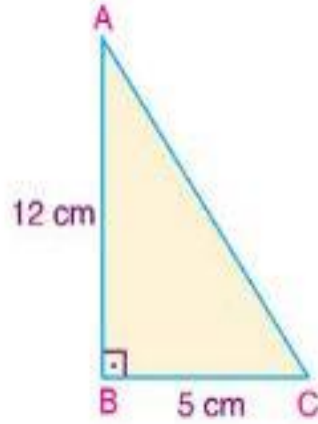
Bir dik üçgende, dik kenarların uzunluklarının kareleri toplamı hipotenüs uzunluğunun karesine eşittir.



**a kenarı hipotenüs, b ve c dik kenarlar
ise;**

$$c^2 = a^2 + b^2$$

örnek



ABC dik üçgeninde, $[AB] \perp [BC]$, $|AB| = 12$ cm ve $|BC| = 5$ cm ise, $|AC|$ kaç cm dir?

Pisagor bağıntısından,

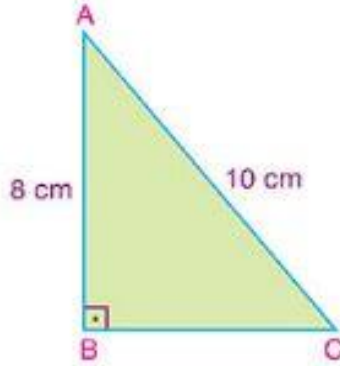
$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$$

$$|AC|^2 = 12^2 + 5^2$$

$$|AC|^2 = 144 + 25 = 169 = 13^2$$

$|AC| = 13$ cm bulunur.

örnek



ABC dik üçgeninde, $[AB] \perp [BC]$, $|AC| = 10$ cm ve $|AB| = 8$ cm ise, $|BC|$ kaç cm dir?

Pisagor bağıntısından,

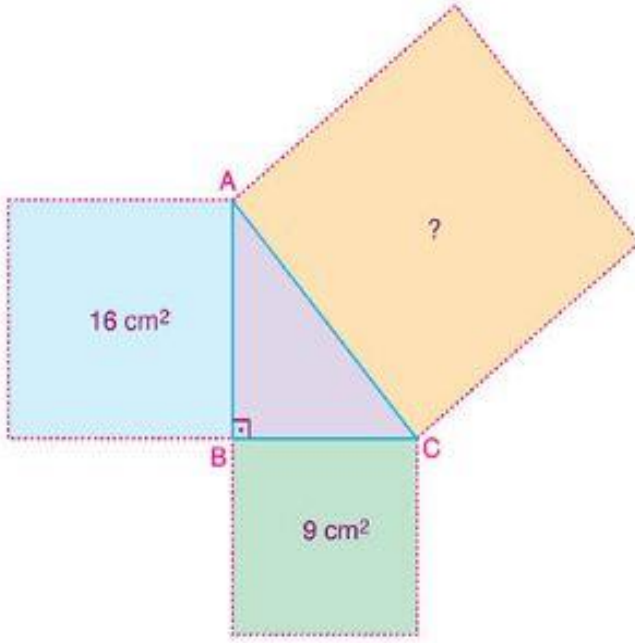
$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$$

$$10^2 = 8^2 + |BC|^2$$

$$|BC|^2 = 100 - 64 = 36 = 6^2$$

$|BC| = 6$ cm bulunur.

örnek



Yukarıdaki şekilde verilen ABC dik üçgeninin kenarlarına alanları 9 cm^2 ve 16 cm^2 olan karesel bölgeler çizildiğine göre, bir kenarı [AC] olan karesel bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

Karenin alanı kenar uzunluklarının karesine eşit olduğundan $|AB|^2 = 16 \text{ cm}^2$ ve $|BC|^2 = 9 \text{ cm}^2$

Pisagor bağıntısından,

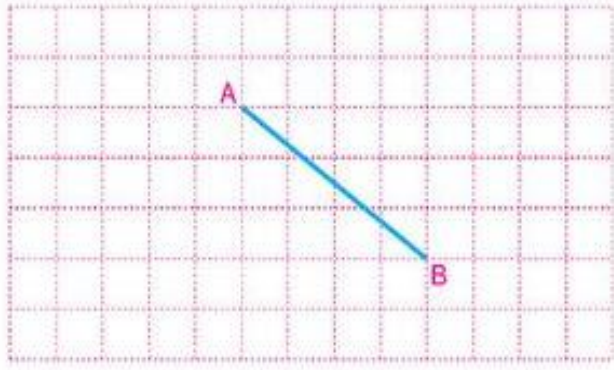
$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$$

$$|AC|^2 = 16 + 9$$

$$|AC|^2 = 25$$

Karenin alanı 25 cm^2 bulunur.

örnek



Yukarıdaki karesel zeminde verilen [AB] nin uzunluğu kaç birimdir?

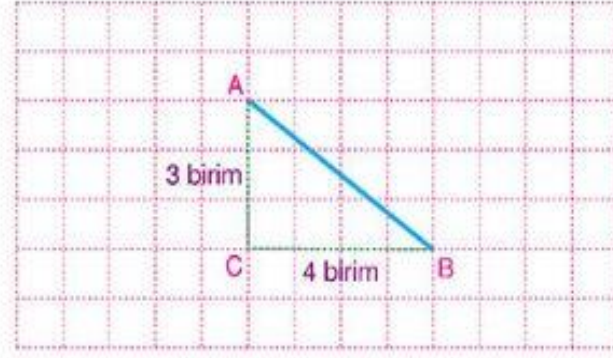
Pisagor bağıntısından,

$$|AB|^2 = |AC|^2 + |CB|^2$$

$$|AB|^2 = 3^2 + 4^2$$

$$= 25 = 5^2$$

$$|AB| = 5 \text{ birim bulunur.}$$

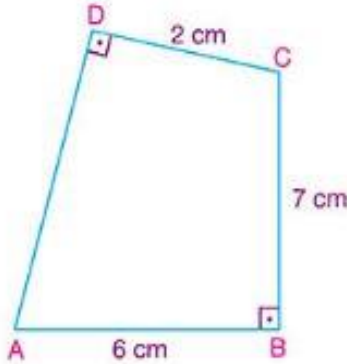


ACB dik üçgendir.

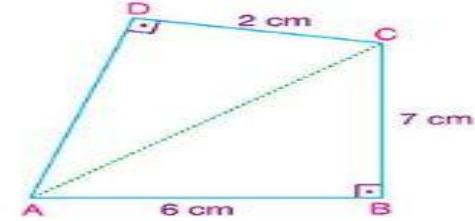
$|AC| = 3$ birim ve $|CB| = 4$ birim



örnek



Yukarıdaki şekilde $[AD] \perp [DC]$, $[AB] \perp [CB]$,
 $|DC| = 2$ cm, $|BC| = 7$ cm ve $|AB| = 6$ cm olduğuna göre, $|AD|$ kaç cm dir?



$[AC]$ yi çizersek iki adet dik üçgen elde edilir.

CAB dik üçgeninde

$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$$

$$|AC|^2 = 6^2 + 7^2$$

$$|AC|^2 = 36 + 49$$

$$|AC|^2 = 85 \text{ olur.}$$

DAC dik üçgeninde

$$|AC|^2 = |DC|^2 + |AD|^2$$

$$85 = 2^2 + |AD|^2$$

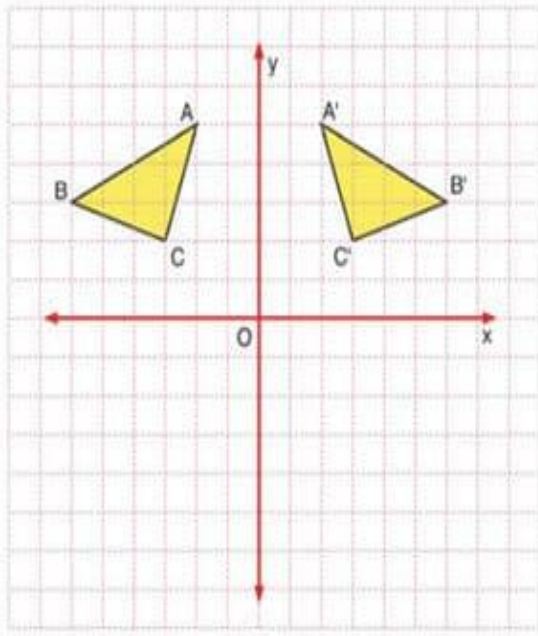
$$85 - 4 = |AD|^2$$

$$|AD|^2 = 81 = 9^2$$

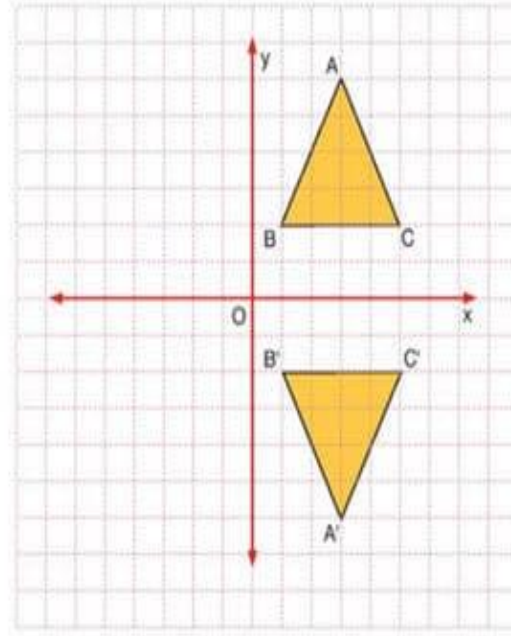
$$|AD| = 9 \text{ cm bulunur.}$$

6.Ünite

dönüşüm geometrisi ve geometrik cisimler



y eksenine göre yansırna



x eksenine göre yansırna

H. Aysun COŞKUN

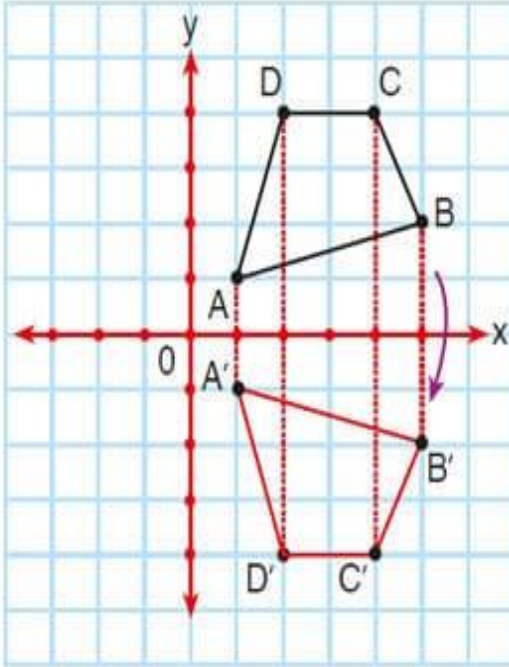
Simetri-yansım

- **X EKSENİNE GÖRE SİMETRİ – X EKSENİNE GÖRE YANSIMA**
- Bir şeklin X eksenine göre yansımısını çizmek için şeklin köşe noktalarının x eksenine dik uzaklığı bulunur, x ekseninin diğer tarafına x ekseninden bu kadar uzaklıkta noktalar belirlenir ve birleştirilir. Oluşan şeklin köşe noktalarının koordinatlarına bakılırsa şu görülecektir:
- # “X” eksenine göre yansım

örnek

- **ÖRNEK:** Aşağıda köşe noktalarının koordinatları $A(1, 1)$, $B(5, 2)$, $C(4, 4)$ ve $D(2, 4)$ olan ABCD dörtgeninin x eksenine göre yansıma altındaki görüntüsü (simetriği) verilmiştir. Dörtgenin köşelerinin koordinatlarının nasıl değiştiğini inceleyelim:

çözüm



x eksenine göre yansıma

$$A(1, 1) \rightarrow A'(1, -1) \quad C(4, 4) \rightarrow C'(4, -4)$$

$$B(5, 2) \rightarrow B'(5, -2) \quad D(2, 4) \rightarrow D'(2, -4)$$

Aynı kalmıştır.

$$A(1, 1) \rightarrow A'(1, -1)$$

$$D(2, 4) \rightarrow D'(2, -4)$$

İşareti değişmiştir.

önemli

Y EKSENİNE GÖRE SİMETRİ – Y EKSENİNE GÖRE YANSIMA

Bir şeklin Y eksenine göre yansımısını çizmek için şeklin köşe noktalarının y eksenine dik uzaklığı bulunur, y ekseninin diğer tarafına y ekseninden bu kadar uzaklıkta noktalar belirlenir ve birleştirilir. Oluşan şeklin köşe noktalarının koordinatlarına bakılırsa şu görülecektir:

“Y” eksenine göre yansımada işleminde, yansımada sonrası ordinatlar (y değeri) değişmez iken absis değeri (x değeri) işaret değiştirir.

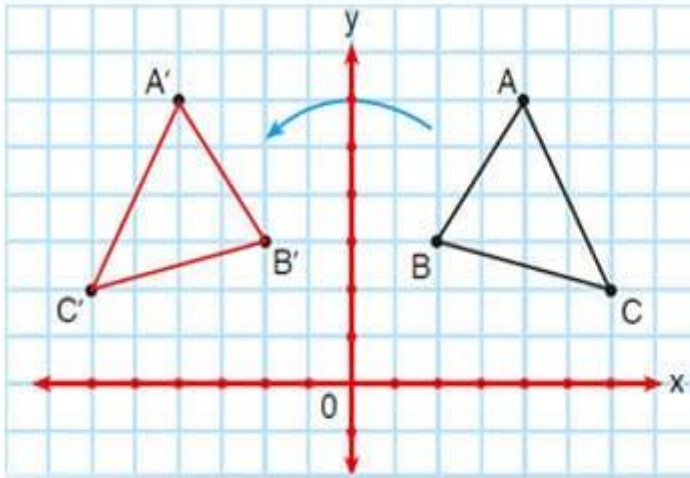
A (X , Y) noktasının y eksenine göre yansımada olan noktanın koordinatları A' (– X , Y) olur

örnek

- **ÖRNEK:** Aşağıda köşe noktalarının koordinatları $A(4, 6)$, $B(2, 3)$ ve $C(6, 2)$ olan ABC üçgeninin y eksenine göre yansıma altındaki görüntüsü (simetriği) verilmiştir. Dörtgenin köşelerinin koordinatlarının nasıl değiştiğini inceleyelim:

özüm

y eksenine göre yansıma



İşareti değişmiştir.

$$A(4, 6) \rightarrow A'(-4, 6)$$

$$B(2, 3) \rightarrow B'(-2, 3)$$

$$C(6, 2) \rightarrow C'(-6, 2)$$

Aynı kalmıştır.

Orijine göre yansima-simetri

- **ORİJİNE GÖRE YANSIMA – ORİJİNE GÖRE SİMETRİ**
- # Bir şeklin orijine göre simetriğini almak hem x hem de y eksenine göre simetriğini almakla aynı şeydir.
- # $A (X , Y)$ noktasının orijine göre yansımalarının koordinatları $A' (- X , - Y)$ olur

Koordinat sisteminde öteleme

Bir şekli belirtilen doğrultuda ve birimde ötelemek için şeklin köşe noktaları o doğrultuda istenilen kadar kaydırılır ve birleştirilir.

- **X EKSENİNE GÖRE ÖTELEME**
- X eksenini boyunca öteleme yapılırken:
- Sağa doğru öteleme yapılıyorsa öteleme miktarı noktanın apsisine (x değeri) eklenir.
- **#** $A (X , Y)$ noktası x eksenine göre Z birim sağa ötelenirse öteleme sonrası yeni koordinatları $A' (X+Z , Y)$ olur

Çok önemli

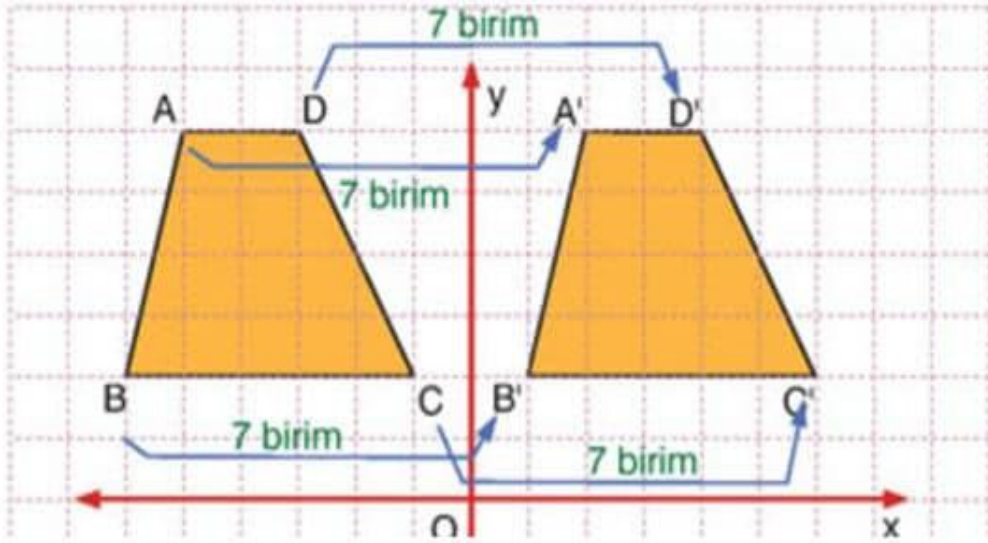
- Sola doğru öteleme yapılıyorsa öteleme miktarı noktanın apsisinden (x değeri) çıkartılır.
- # $A (X , Y)$ noktası x eksenin göre Z birim sola ötelenirse öteleme sonrası yeni koordinatları $A' (X-Z , Y)$ olur

örnek

- **ÖRNEK:** Aşağıdaki öteleme hareketini inceleyelim.
- ABCD yamuğu 7 birim sağa ötelenmiştir. Bu yamuğun köşe noktalarının koordinatlarını incelersek:
- $A (- 5 , 6) \blacktriangleright 7 \text{ br sağa } \blacktriangleright A' (2 , 6)$
- $B (- 6 , 2) \blacktriangleright 7 \text{ br sağa } \blacktriangleright B' (1 , 2)$
- $C (- 1 , 2) \blacktriangleright 7 \text{ br sağa } \blacktriangleright C' (6 , 2)$
- $D (- 3 , 6) \blacktriangleright 7 \text{ br sağa } \blacktriangleright D' (4 , 6)$

önemli

x eksenine göre öteleme



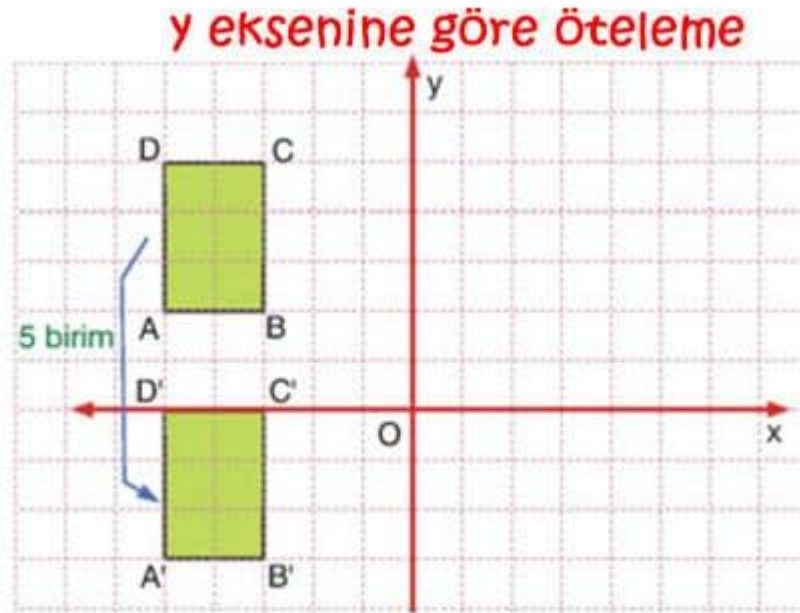
Y eksenine göre öteleme

- Y eksenini boyunca öteleme yapılırken:
- Yukarı doğru öteleme yapılıyorsa öteleme miktarı noktanın ordinatına (y değeri) eklenir.
- # $A (X , Y)$ noktası y eksenine göre Z birim yukarı ötelenirse öteleme sonrası yeni koordinatları $A' (X , Y+Z)$ olur
- Aşağı doğru öteleme yapılıyorsa öteleme miktarı noktanın ordinatından (y değeri) çıkartılır.
- # $A (X , Y)$ noktası y eksenine göre Z birim aşağı ötelenirse öteleme sonrası yeni koordinatları $A' (X , Y-Z)$ olur

örnek

- **ÖRNEK:** Aşağıdaki öteleme hareketini inceleyelim.
- ABCD dikdörtgeni 5 birim aşağı ötelenmiştir. Bu dikdörtgenin köşe noktalarının koordinatlarını incelersek:
- $A (-5, 2) \rightarrow 5 \text{ br aşağı} \rightarrow A' (-5, -3)$
- $B (-3, 2) \rightarrow 5 \text{ br aşağı} \rightarrow B' (-3, -3)$
- $C (-3, 5) \rightarrow 5 \text{ br aşağı} \rightarrow C' (-3, 0)$
- $D (-5, 5) \rightarrow 5 \text{ br aşağı} \rightarrow D' (-5, 0)$

özüm

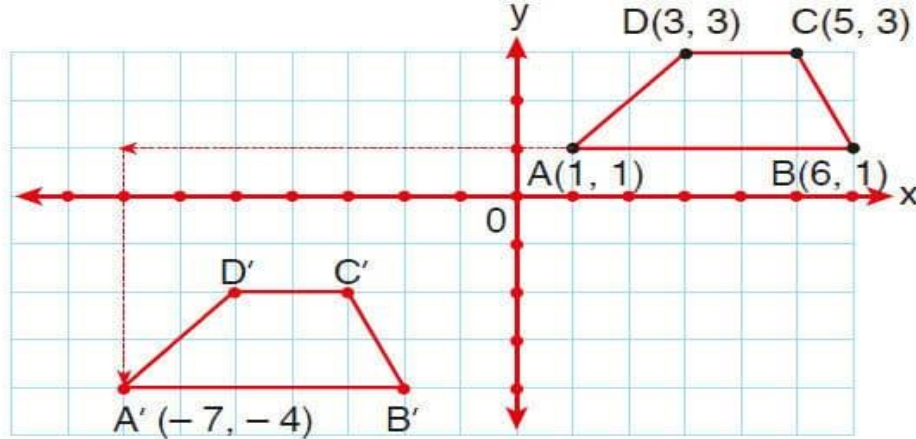


H. Aysun COŞKUN



örnek

ABCD yamuğunu 8 birim sola 5 birim aşağıya öteleyelim.



Yamuk	Yamuğun ötelenmişinin koordinatları
-------	-------------------------------------

$$A(1, 1) \rightarrow A'(1 - 8, 1 - 5) = A'(-7, -4)$$

$$B(6, 1) \rightarrow B'(6 - 8, 1 - 5) = B'(-2, -4)$$

$$C(5, 3) \rightarrow C'(5 - 8, 3 - 5) = C'(-3, -2)$$

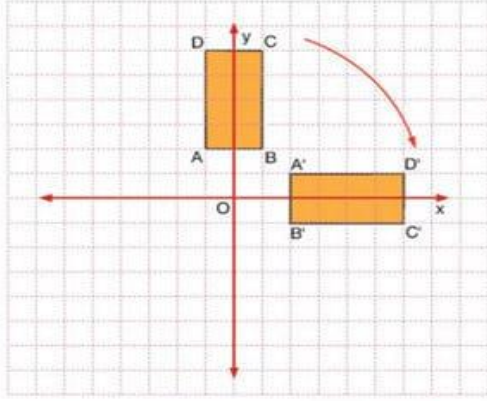
$$D(3, 3) \rightarrow D'(3 - 8, 3 - 5) = D'(-5, -2) \text{ olur.}$$

Koordinat sisteminde orijin etrafında dönme

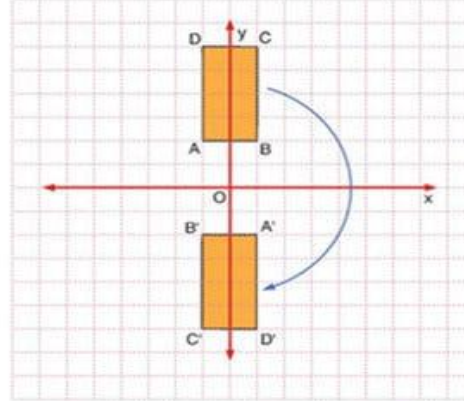
- Koordinat düzleminde verilen düzlemsel bir bölge (üçgen, dörtgen gibi) orijin etrafında, saatin dönme yönünde veya saatin dönme yönünün tersi yönünde döndürülebilir. Bu konuda bir şeklin saatin dönme yönünde veya tersi yönünde 90° , 180° , 270° ve 360° döndürülmesini göreceğiz.



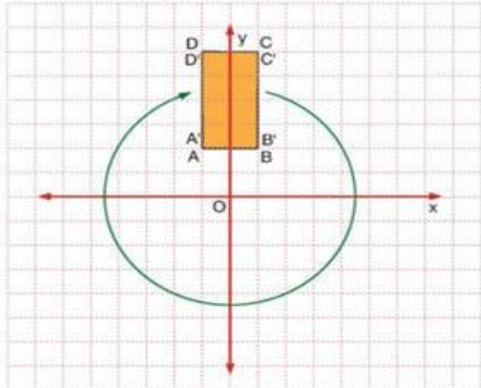
önemli



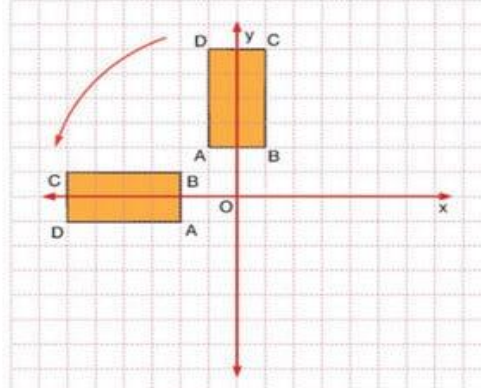
Orijin etrafında saat yönünde 90 derece dönme



Orijin etrafında saat yönünde 180 derece dönme



Orijin etrafında saat yönünde 360 derece dönme



Orijin etrafında saatin tersi yönünde 90 derece dönme

Beni unutmaaaa😊

- **KURAL:** Koordinat düzleminde A (x, y) noktasının orijin etrafında;
- Saatin dönme yönünde 90° dönmesi sonucu koordinatları (y, -x),
- Saatin dönme yönünde (veya tersi yönde) 180° dönmesi sonucu koordinatları (-x, -y),
- Saatin dönme yönünde 270° dönmesi sonucu koordinatları (-y, x),
- Saatin dönme yönünde (veya tersi yönde) 360° dönmesi sonucu koordinatları (x, y),
- Saatin dönme yönünün tersi yönünde 90° dönmesi sonucu koordinatları (-y, x) olur.

notlar

- **NOTLAR:**
- # Bunların hepsini akılda tutmak yerine 90° dönme hareketi öğrenilip diğerlerinde bu işlemi üst üste tekrarlayabilirsiniz. Mesela 270° istiyorsa üç kere 90° döndürme yapabilirsiniz.
- # Saatin tersi yönündeki bir dönme hareketi 360° 'tan çıkartılarak saat yönünde yapılabilir. Örneğin saatin tersi yönünde 90 derece döndürme, saat yönünde $(360-90)$ 270 derece ile aynıdır.
- # Bir şeklin orijin etrafında 180 derece dönmesi ile orijine göre simetriği aynıdır.
- # Orjin etrafında dönme sonrasında elde edilen görüntü ile ilk görüntünün boyutları aynıdır.
- # Bir şekildeki P noktasının orjine uzaklığı ile dönme işlemi sonucunda elde edilen görüntü üzerindeki P' noktasının orjine uzaklığı aynıdır.

örnekler

- **ÖRNEKLER**

- A (− 1, − 5) noktası saat yönünde 90° döndürülürse A'(− 5, 1) noktası elde edilir.
- B (4, − 1) noktası saat yönünde 180° döndürülürse B' (− 4, 1) noktası elde edilir.
- C (− 2, 7) noktası saat yönünde 270° döndürülürse C' (− 7, −2) noktası elde edilir.
- D (3 , 5) noktası saat yönünde 360° döndürülürse D (3 , 5)>noktası elde edilir.

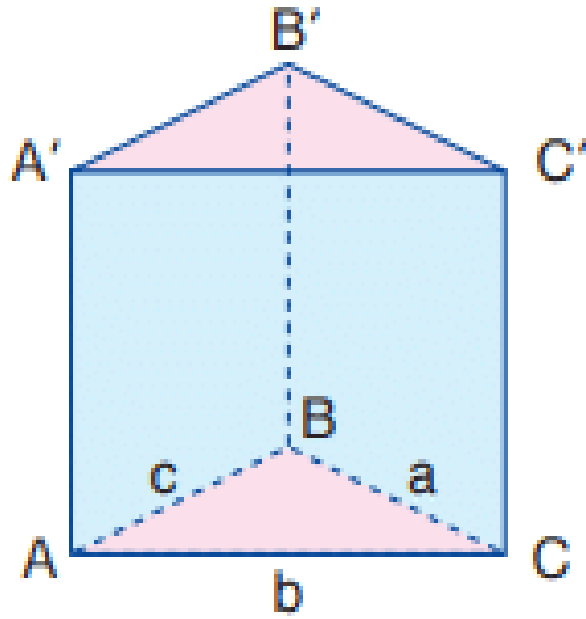
örnek

- **ÖRNEK:** Köşelerinin koordinatları $A(7, -3)$, $B(4, 7)$ ve $C(-2, 5)$ olan ABC üçgeni saat yönünde 90° döndürülürse, yeni görüntüsünün koordinatlarını bulunuz.
- $A(7, -3)$ noktası $A'(-3, -7)$
- $B(4, 7)$ noktası $B'(7, -4)$
- $C(-2, 5)$ noktası $C'(5, 2)$ olacaktır.

Geometrik cisimler

- **Prizmalar**

- Prizma tabanları, karşılıklı iki yüzü paralel ve eş olan çokgenlerdir. Dik prizmada, tabanlarının karşılıklı köşelerini birleştiren ayritlar tabana diktir. Dik prizmalar karşılıklı paralel yüz çiftlerine (tabanlarına) göre isimlendirilir. Örneğin, prizma dik ve tabanları düzgün altıgen ise prizma, “düzgün altıgen dik prizma” olarak adlandırılır.
- Üçgen prizmanın tabanları eşkenar üçgenlerden oluşuyorsa prizma, “eşkenar üçgen prizma” adını alır. Prizmaların yüksekliği, tabanla arasındaki uzaklıktır. “Yükseklik”, tabanlardan birinin bir noktasından diğer tabana inilen dikme şeklinde de ifade edilir.
- Aşağıdaki üçgen dik prizma modelinin temel elemanlarını belirleyelim ve üçgen dik prizmanın yüzey açılımını çizelim.

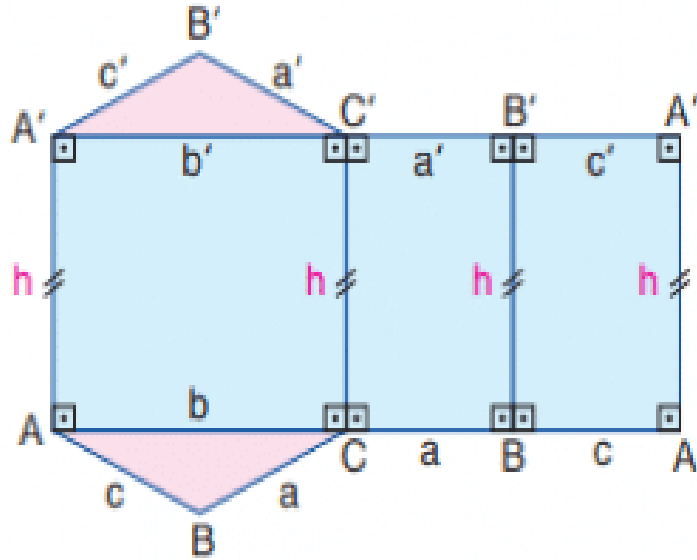


H. Aysun COŞKUN





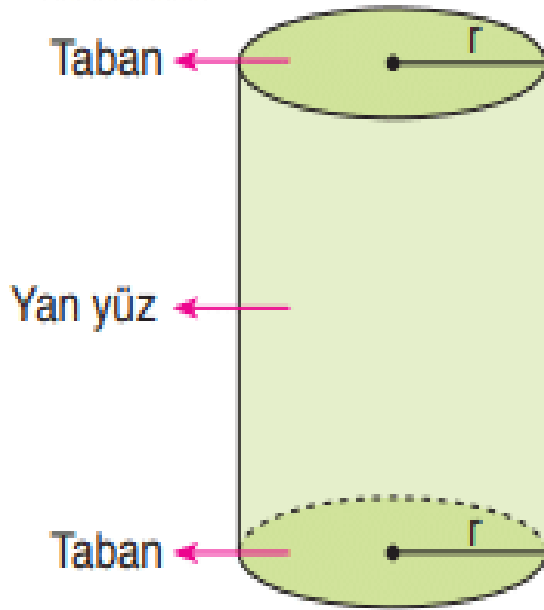
- Üçgen dik prizmanın temel elemanları; taban, yan yüz, ayrıt, köşe ve yüksekliktir.
- ABC ve $A'B'C'$ üçgensel bölgeleri prizmamızın tabanlarıdır. $A'ACC'$, $B'BCC'$ ve $A'ABB'$ dikdörtgensel bölgeleri prizmamızın yan yüzleridir.
- $[AA']$, $[AB]$, $[AC]$, $[BC]$, $[BB']$, $[CC']$, $[C'B']$, $[C'A']$ ve $[B'A']$ prizmamızın ayrıtlarıdır.
- A , B , C , A' , B' ve C' prizmamızın köşeleridir. $[AA']$, $[CC']$ ve $[BB']$ ayrıtları da dik prizmamızın yüksekliğidir. Üçgen prizmanın açılımı, aşağıdaki gibidir.



H. Aysun COŞKUN



- **Dik Dairesel Silindir**
- Dik dairesel silindirde birbirine eş ve paralel iki daireden oluşan tabanlar ve yan yüz vardır. Taban yarıçapı silindirin yarıçapıdır.



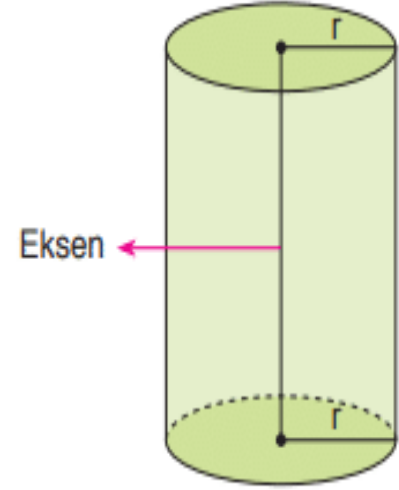
H. Aysun COŞKUN





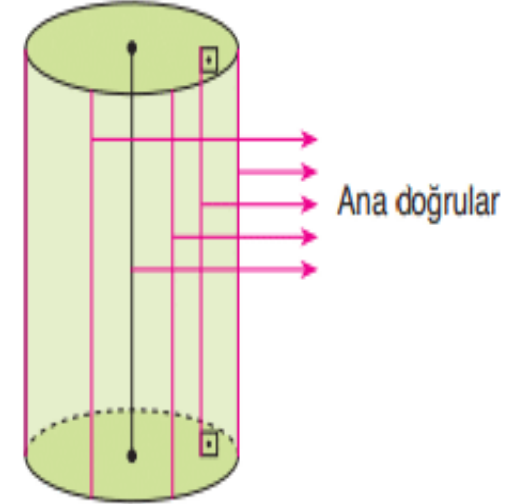
- Dik dairesel silindirde, tabanları oluşturan dairelerin merkezlerini birleştiren doğru parçasına “eksen” denir.

•



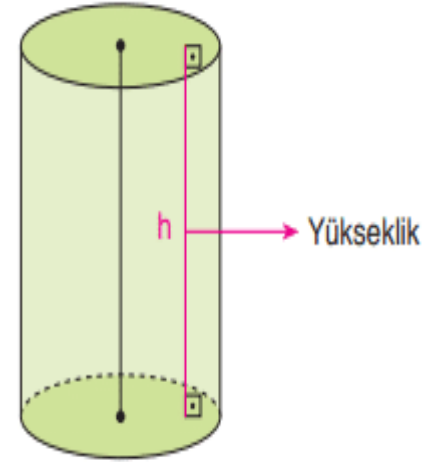


- Dik dairesel silindirde tabanların karşılıklı iki noktasını birleştiren tabanlara dik ve eksene paralel olan doğrulara “ana doğrular” denir. Eksen de bir ana doğrudur.



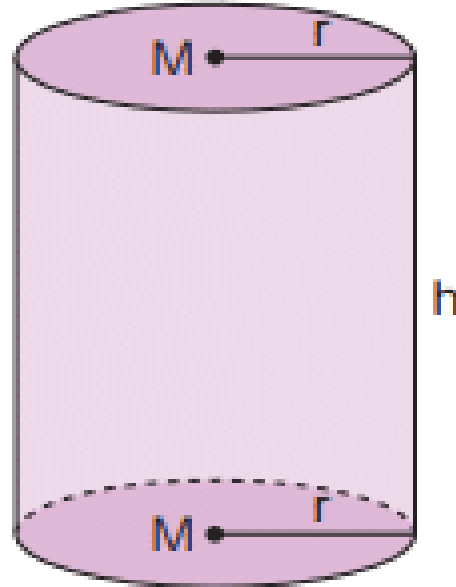


- Tabanlardan birinin bir noktasından diğ er tabana inilen dikmeye “silindirin y uksekl iğ i” denir. Y uksekl ik de bir ana doğ rudur.

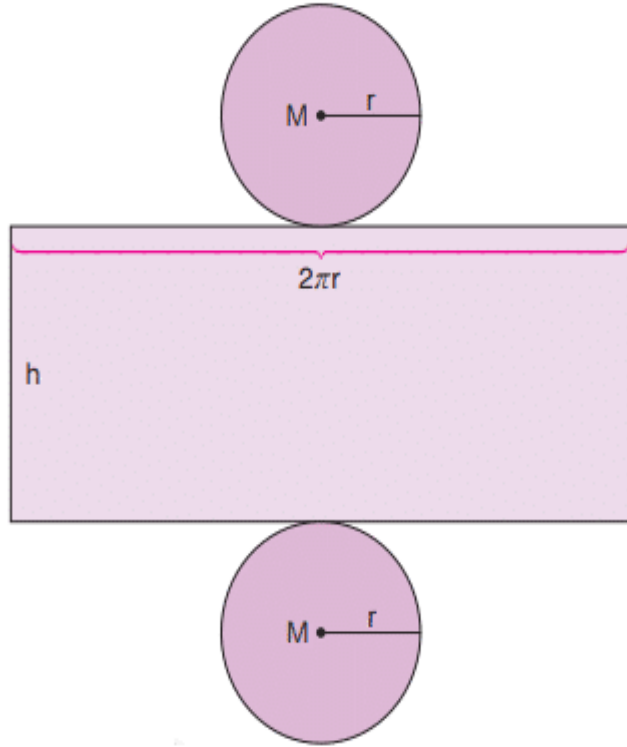


örnek

- Aşağıda verilen dik dairesel silindirin yüzey açılımını çizerek silindiri oluşturan geometrik şekilleri belirleyelim.
-



özüm



Dik dairesel silindir, tabanları oluşturan paralel ve birbirine eş iki daire ve bir dikdörtgensel bölgeden oluşmaktadır. Dikdörtgensel bölgenin kenar uzunlukları, tabanı oluşturan dairenin çevre uzunluğu ve silindirin yüksekliğine eşittir.

Dik dairesel silindirin yüzey alanı

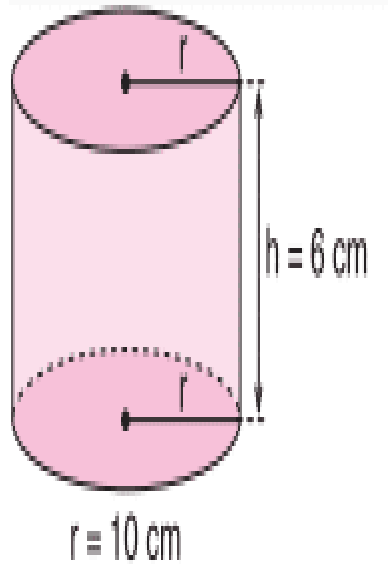
- Dik dairesel silindirin alanı, alt ve üst tabanların alanları ve yan yüz alanı toplamına eşittir.

Yüzey alanı: Alt ve üst taban alanları toplamı + yan yüz alanı

$$\text{Alan: } 2 \pi r^2 + 2 \pi r \cdot h$$

- Aşağıda verilen dik dairesel silindirin yüzey alanını bulalım ($\pi = 3$).

örnek



Dik dairesel silindirin yüzey alanı: Taban alanları toplamı + Yan yüz alanı

$$\text{Alan} = 2 \pi r^2 + 2 \pi r \cdot h$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 10^2$$

$$+ 2 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 6$$

$$= 6 \cdot 100 + 6 \cdot 60 \cdot 6 = 600 + 360$$

$$= 960 \text{ cm}^2 \text{ olur.}$$

Dik dairesel silindirin hacmi

- Yarıçapı r , yüksekliği h olan dik dairesel silindirin hacmi, silindirin taban alanı ile yüksekliğinin çarpımına eşittir. O halde, $V = \pi r^2 \cdot h$ 'dir.
- A ve B tencereleri dik dairesel silindir şeklinde eşit hacimli iki tenceredir. A tenceresinin taban yarıçapı 8 cm, yüksekliği 25 cm'dir. B tenceresinin yarıçapı 10 cm ise yüksekliği kaç cm'dir?

örnek



Her iki tencerenin hacmi eşit olduğu için $h = 25$ cm'dir.

İşlem yaparak sonucu bulalım:

$$\begin{aligned} \text{A tenceresinin hacmi: } V_a &= \pi \cdot r^2 \cdot h = \\ &= \pi \cdot 8^2 \cdot 25 = 1600\pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B tenceresinin hacmi: } V_b &= \pi \cdot r^2 \cdot h = \\ &= \pi \cdot 10^2 \cdot h = 100\pi h \end{aligned}$$

Her iki tencerenin hacimlerinin eşitliğinden;

$$V_a = V_b$$

$$1600\pi = 100\pi h$$

$$h = 16 \text{ cm'dir}$$

A tenceresinin yarıçapını yuvarlama yaparak 10 cm ve yüksekliğini 25 cm olarak alalım.

$$\begin{aligned} \text{A tenceresinin hacmi } V_a &= \pi \cdot \\ &= 10^2 \cdot 25 \cdot \pi \end{aligned}$$

$$V_a = 2500\pi$$

B tenceresinin yarıçapı 10'dur. Yüksekliğine h diyelim.

$$\begin{aligned} \text{B tenceresinin hacmi } V_b &= 10^2 \cdot \\ &= h\pi = 100\pi h \end{aligned}$$

Her iki tencerenin hacmi eşit olduğu için $2500\pi = 100\pi h$

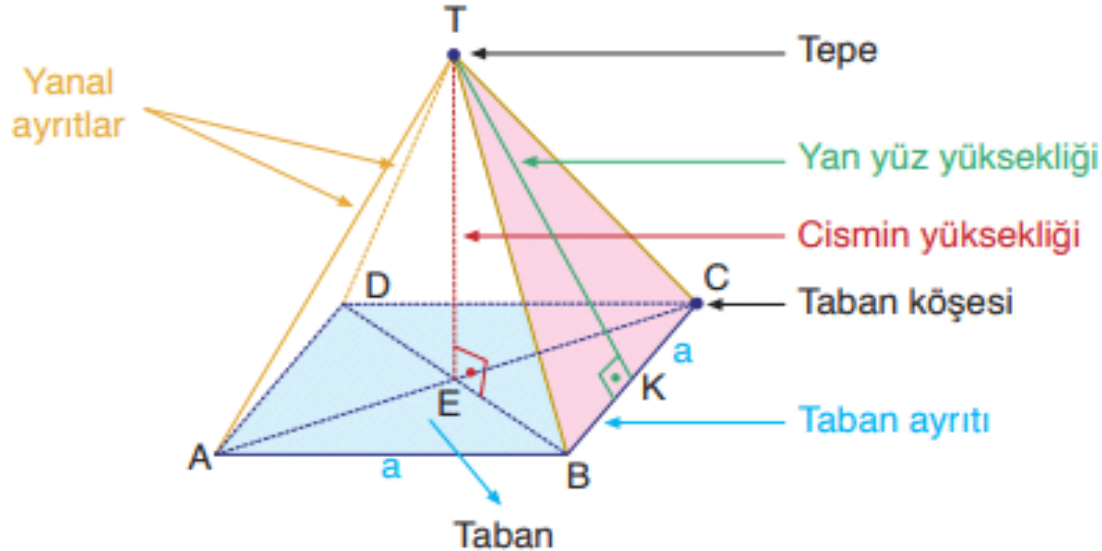


Dik piramit, temel elemanları ve açılımı

- Bir çokgensel bölgenin her noktasını, bu çokgenden geçen düzlemin dışındaki T noktasına birleştiren doğru parçalarının oluşturduğu cisme “piramit” denir.
- Piramidin temel elemanları, tepe noktası, tabanı, yan yüzleri, ayrıtları ve yüksekliğidir.
Çokgensel bölgeye “piramidin tabanı”, dışındaki noktaya “piramidin tepesi” denir.
Tepe noktasından taban düzlemine inen dikmeye (ya da dikmenin uzunluğuna) piramidin yüksekliği denir. Piramitte yükseklik, aynı zamanda tepenin taban düzlemine olan uzaklığıdır.
 - Bir köşesi piramidin tepesi olan üçgensel bölgelere, dik piramidin “yanal yüzleri” denir. Yanal yüzler, ortak bir tepe noktası olan ikizkenar üçgenlerdir. Yanal ayrıt uzunlukları birbirine eşittir.
 - Yanal yüzlerden birine ait yükseklik, piramidin “yan yüksekliği”dir.

örnek

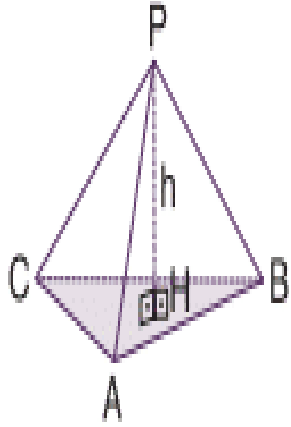
- Aşağıdaki şekil üzerinde, kare piramidin tepe, ayrıt, köşe, cisim yüksekliği ve yan yüz yüksekliğini inceleyelim.



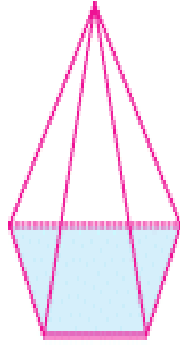
önemli

- *** Piramitler, taban çokgenlere göre adlandırılır. Tabanı üçgen olan piramide “**üçgen piramit**”, tabanı dörtgen olan piramide “**dörtgen piramit**”, tabanı beşgen olan piramide “**beşgen piramit**”denir.
- Tabanı düzgün çokgen, yan ayrıtları eş olan ve cisim yükseklikleri tabanın merkezinden geçen piramitlere “**düzgün piramit**” denir. Tabanı eşkenar üçgen olan düzgün piramide “**eşkenar üçgen düzgün piramit**” denir. Tabanı kare olan düzgün piramide “**düzgün kare piramit**” denir.

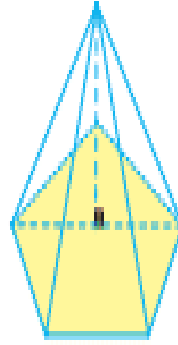
Aşağıdaki piramitleri inceleyelim😊



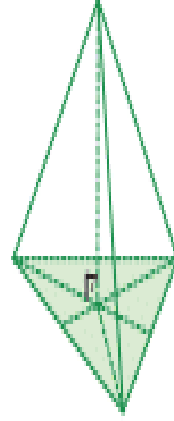
Üçgen
piramit



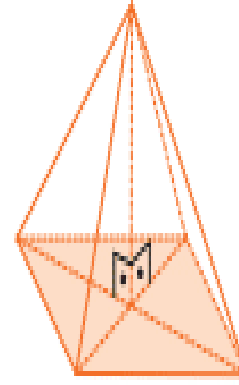
Dörtgen
piramit



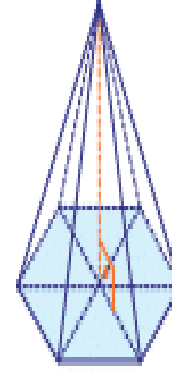
Beşgen
piramit



Eşkenar üçgen
düzgün piramit



Düzgün kare
piramit

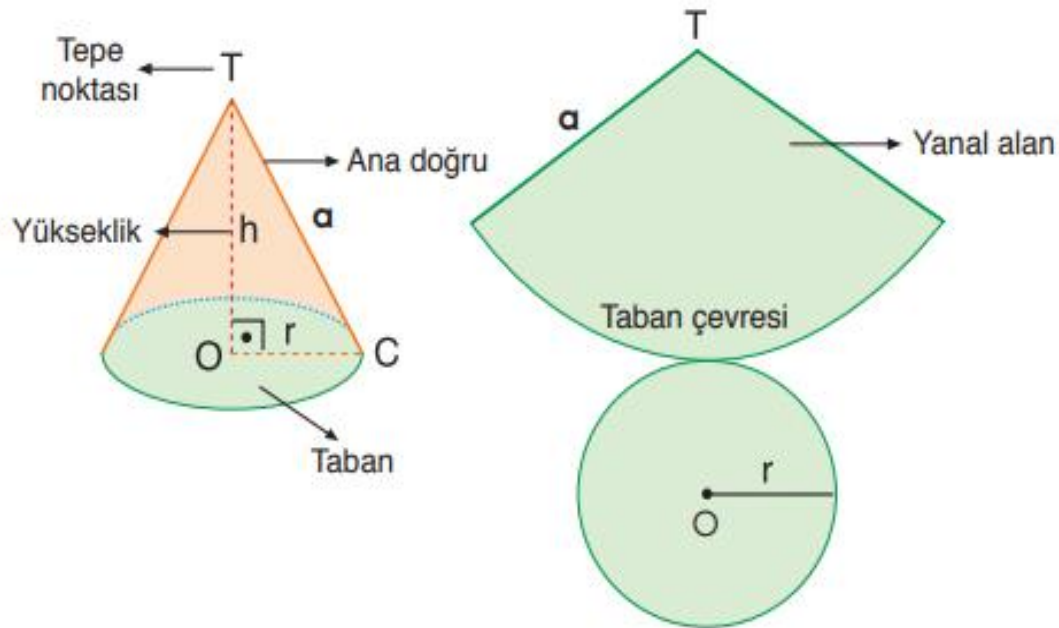


Düzgün altıgen
piramit

Dik koni,temel elemanları ve açınımı

- Merkezi “O” olan bir daireyle daire düzlemine “O” noktasında dik olan doğru üzerinde ve daire dışında bir T noktası veriliyor. Dairenin her noktasını, T noktasına birleştiren doğru parçalarının oluşturduğu cisme “dik koni” denir.

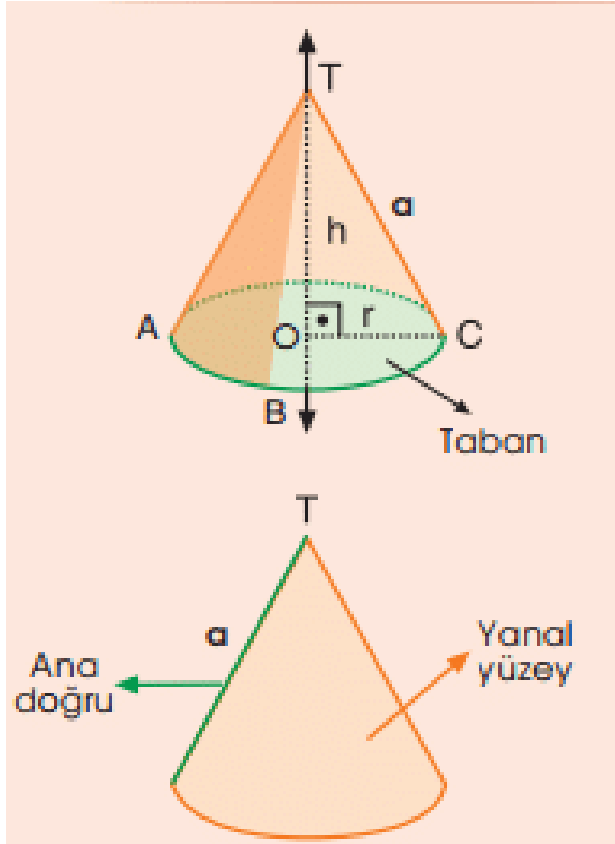
Koninin açınımı



Koninin özellikleri

- *** Koninin temel elemanları, taban, tepe noktası, eksen, yanal yüzey ve ana doğru (doğuran)dır. Aşağıda verilen dik dairesel konide;
 - “O” merkezli daire, koninin tabanıdır.
 - TO doğru parçası, koninin cisim yüksekliğidir.
 - T, koninin tepe noktasıdır.
 - Taban dairesinin çemberi üzerindeki noktaları tepe noktasına birleştiren TA ve TC gibi doğru parçalarına koninin ana doğruları denir.
 - Tepe noktası ve taban merkezinden geçen doğruya koninin ekseni denir. Koninin yüksekliği koni ekseni üzerindedir.
 - Tepeden geçen ve tabanının kenarı olan çembere dayanan doğrunun süpürdüğü yüzeye yanal yüzey denir.

Bittttttttttt😊



***** Ekseni tabana dik olan koniye “dik koni” ya da “dönel koni”denir. Dik koniler eksen etrafındaki dönmelerde “dönme simetrisi”ne sahiptirler. Eksen etrafındaki dönmelerde koni değişmez.**