

ÖZDEŞLİK

► Bilinmeyen her değeri için doğru olan eşitliklere özdeşlik denir. Başka bir ifadeyle; işlem yapıldıktan sonra her iki taraftaki terimler bire bir aynı oluyorsa bu eşitlikler özdeşliktir.

Örnek $3(x+1) = 3x+3$ eşitliğini inceleyelim.

$$\begin{aligned} 3(x+1) &= 3x+3 \\ 3x+3 &= 3x+3 \end{aligned}$$

$3(x+1) = 3x+3$ eşitliği özdeşliktir.

TAM KARE ÖZDEŞLİKLER

1) İKİ TERİMİN TOPLAMININ KARESİ

$$(a+b)^2 = (a+b) \cdot (a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

► $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ eşitliğine iki terimin toplamının karesi özdeşliği denir.

Pratik: İki terimin toplamının karesini bulurken; "birincinin karesi + birinciyle ikincinin çarpımının 2 katı + ikincinin karesi" yöntemini kullanırsınız.

Örnek $(3x+4)^2$ ifadesinin eşitini bulalım.

$$\begin{aligned} (3x+4)^2 &= (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 4 + 4^2 \\ &= 9x^2 + 24x + 16 \end{aligned}$$

Soru-1 Aşağıdaki tam kare ifadelerin özdeşlerini bulunuz.

$$(a+1)^2 =$$

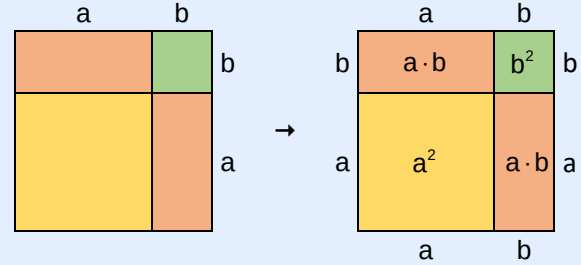
$$(3c+5)^2 =$$

$$(2x+3y)^2 =$$

$$(y+7x)^2 =$$

İKİ TERİMİN TOPLAMININ KARESİ
ÖZDEŞLİĞİNİN MODELLENMESİ

Örnek Aşağıda kare ve dikdörtgenlerle oluşturulan şeklin alanını bulalım.



Şeklin alanını hem karenin alan formülüyle hem de içindeki parçaların alanları toplamıyla bulabiliriz.

Karenin alanı: $(a+b)^2$

İçindeki parçaların alanları toplamı: $a^2 + 2ab + b^2$

Alan her iki durumda da eşittir. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2) İKİ TERİMİN FARKININ KARESİ

$$(a-b)^2 = (a-b) \cdot (a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

► $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ eşitliğine iki terimin farkının karesi özdeşliği denir.

Pratik: İki terimin farkının karesini bulurken "birincinin karesi - birinciyle ikincinin çarpımının 2 katı + ikincinin karesi" yöntemini kullanırsınız.

Örnek $(2x-y)^2$ ifadesinin eşitini bulalım.

$$\begin{aligned} (2x-y)^2 &= (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot y + y^2 \\ &= 4x^2 - 4xy + y^2 \end{aligned}$$

Soru-2 Aşağıdaki tam kare ifadelerin özdeşlerini bulunuz.

$$(1-b)^2 =$$

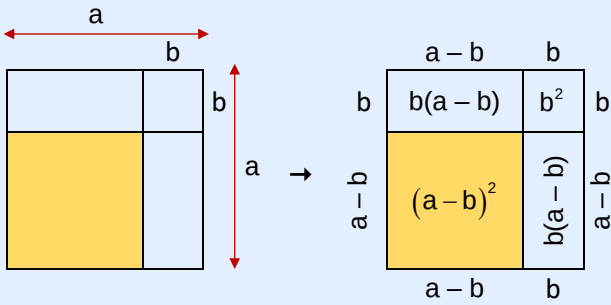
$$(2d-4)^2 =$$

$$(7x-y)^2 =$$

$$(3x-4y)^2 =$$

İKİ TERİMİN FARKININ KARESİ ÖZDEŞLİĞİNİN MODELLENMESİ

Örnek Aşağıdaki şekilde taralı bölgenin alanını bulalım.



Taralı karenin alanını hem karenin alan formülüyle hem de şeklin tamamının alanından taralı olmayan parçaların alanlarını çıkararak bulabiliriz.

Karenin alanı : $(a-b)^2$

Şeklin alanından taralı olmayan parçaların alanlarını çıkarırsak:

$$a^2 - b(a-b) - b(a-b) - b^2$$

$$a^2 - ab + b^2 - ab + b^2 - b^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2$$

Alan her iki durumda da eşittir. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

İKİ KARE FARKI ÖZDEŞLİĞİ

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

► $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$ eşitliğine iki kare farkı özdeşliği denir.

Pratik: İki terimin toplamı ile farkının çarpımını bulurken; bu iki terimin karelerinin farkını alırız.

Örnek $(3x-4) \cdot (3x+4)$ ifadesinin eşitini bulalım.

$$(3x-4) \cdot (3x+4) = (3x)^2 - 4^2 = 9x^2 - 16$$

Soru-3 Aşağıda verilen ifadelerin özdeşlerini bulunuz.

$$(a+2) \cdot (a-2) =$$

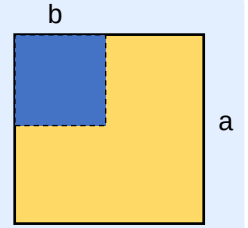
$$(2c-5) \cdot (2c+5) =$$

$$(4+2d) \cdot (4-2d) =$$

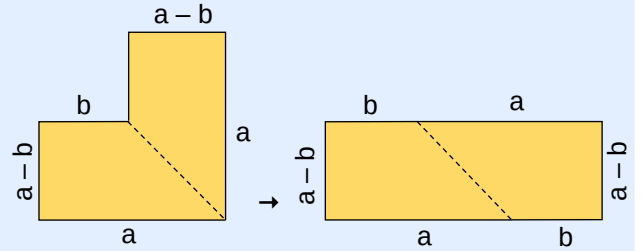
$$(3x-2y) \cdot (3x+2y) =$$

İKİ KARE FARKI ÖZDEŞLİĞİNİN MODELLENMESİ

Örnek Bir kenarı a birim olan karenin köşesinden bir kenar uzunluğu b birim olan kareyi kesip çıkaralım ve geriye kalan bölgenin alanını bulalım.



Kenar uzunluğu a birim olan karenin bir köşesinden kenar uzunluğu b birim olan kareyi çıkardığımızda geriye kalan bölgenin alanı: $a^2 - b^2$ olur.

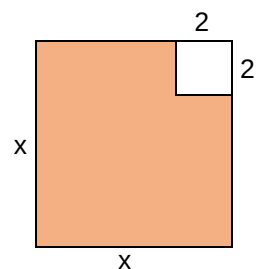
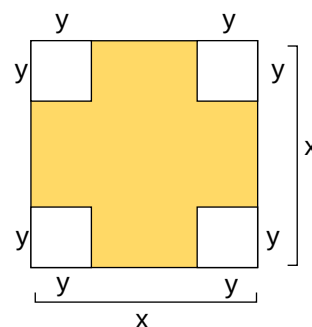
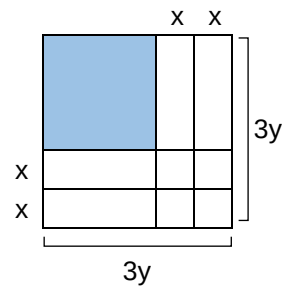
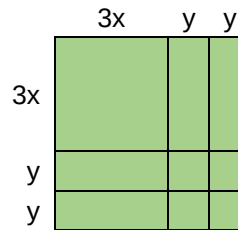
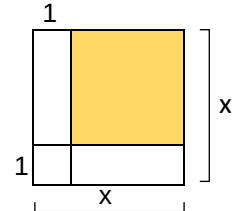
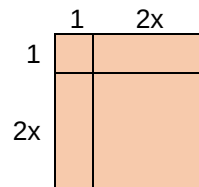


Geriye kalan bölgeyi şekildeki gibi iki parçaya ayırıp bu parçalarla bir dikdörtgen elde edelim.

Bu dikdörtgenin alanı: $(a-b) \cdot (a+b)$ olur.

Alanlar birbirine eşittir: $a^2 - b^2 = (a-b) \cdot (a+b)$

Soru-4 Aşağıdaki şekillerde boyalı bölgelerin alanlarını özdeşlik kullanarak ifade ediniz.



10 SORUYLA ÖZDEŞLİKLER

1. Aşağıdaki ifadenin en sade halini bulunuz.

$$(2x - 3)^2 - (x + 2)^2 + (3x - 4) \cdot (3x + 4)$$

2. Çarpımları 15 ve farkı 7 olan iki gerçək sayının kareleri toplamı kaçtır?

3. x ve y iki gerçək sayı olmak üzere $x \cdot y = 38$ ve $x^2 + y^2 = 68$ olduğuna göre $x + y$ toplamının alabileceği değerleri bulunuz.

4. $4y^2 + 4y = 9$ olduğuna göre $(1 + 2y)^2$ nin değeri kaçtır?

5. 44^2 işleminin sonucunu iki terimin toplamının karesi ve iki terimin farkının karesi özdeşlikleriyle bulunuz.

6. x ve y iki gerçək sayı olmak üzere $x - y = 7$ ve $x^2 + y^2 = 79$ olduğuna göre $x \cdot y$ çarpımını bulunuz.

7. Toplamları 10 ve farkı 14 olan iki reel sayının kareleri farkı kaçtır?

8. $(a + 2) \cdot (a - 2) = 60$ olduğuna göre a hangi değerleri alabilir?

9. $(3x + y) \cdot (3x - y) = Ax^2 - By^2$ eşitliğine göre $A + B$ toplamı kaçtır?

10. $24 \cdot 16$ işleminin sonucunu iki kare farklı özdeşliği yardımıyla bulunuz.