

UZAY MATEMATİK

2

8. Sınıf
LGS
Konu Anlatım
Föyleri



YouTube

UZAY MATEMATİK
EMRE ER

Konu Anlatımlı / Soru çözümlü
Video



KAZANIM

M.8.1.1.2. İki doğal sayının en büyük ortak bölenini (EBOB) ve en küçük ortak katını (EKOK) hesaplar, ilgili problemleri çözer.



DİKKAT GÖKTAŞI

Bu simgeyi gördüğünüz yerde konuya ait **ÖNEMLİ** bilgiler yer almaktadır.



Roket Bilgi

Bu kutudaki bilgiler sizi UÇURUR!

Bu simgeyi gördüğünüz yerde soru çözümlerinde kullanacağınız, sizleri kısa yoldan cevaba götürebilecek bilgiler yer almaktadır.

- Bu çalışmada yer alan soruların telif hakkı Emre ER'e aittir.
- Herhangi bir ticari amaç olmaması kaydıyla tüm öğretmen ve öğrencilerimiz ÜCRETSİZ olarak yararlanabilir.

Konu anlatımı ve
etkinliklerin çözümü için



En Büyük Ortak Bölen (EBOB)

En az iki doğal sayının ortak bölenleri içerisindeki en büyük bölene bu sayıların **EBOB**'u denir.

➔ 24 ve 60 sayılarının EBOB'u kaçtır?

24'ün bölenleri = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

60'ın bölenleri = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

24 ve 60'ın ortak bölenleri = 1, 2, 3, 4, 6, 12

En büyük ortak bölen 12 olduğundan

EBOB (24, 60) = 12'dir.

En Küçük Ortak Kat (EKOK)

En az iki doğal sayının ortak katları içerisindeki en küçük kata bu sayıların **EKOK**'u denir.

➔ 24 ve 60 sayılarının EKOK'u kaçtır?

24'ün katları = 24, 48, 72, 96, 120, 144, 168, 192, 216, 240, ...

60'ın katları = 60, 120, 180, 240, 300, 360, ...

24 ve 60'ın ortak katları = 120, 240, 360, ...

En küçük ortak kat 120 olduğundan

EKOK (24, 60) = 120'dir.

Sayıların EBOB ve EKOK değerlerini asal çarpan algoritması ile bulmayı tercih edebiliriz. Bunun için verilen sayıları asal çarpan algoritmasında 1 olana kadar böleriz. Algoritmanın sağ tarafında elde edilen ortak çarpanlar ile EBOB, tüm çarpanlar ile EKOK değeri elde edilir.

24	60	2
12	30	2
6	15	2
3	15	3
1	5	5
	1	

Her iki sayıyı da bölen ortak sayılar ile EBOB bulunur.

$$\text{EBOB (24, 60)} = 2^2 \cdot 3 = 12$$

Tüm bölenleri ile EKOK bulunur.

$$\text{EKOK (24, 60)} = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$$

27	45

120	160

80	60

EBOB (27, 45) =

EBOB (120, 160) =

EBOB (80, 60) =

EKOK (27, 45) =

EKOK (120, 160) =

EKOK (80, 60) =





Roket Bilgi

Sayıların EBOB ve EKOK değerleri bulunurken, 1'e ulaşıncaya kadar tüm asal çarpanları yazarak bölmek yerine, sadece ortak bölenler kullanılabilir.

➡ 108 ve 90 sayılarının en büyük ortak böleni ve en küçük ortak katını bulalım.

108	90	(2)
54	45	2
27	45	(3)
9	15	(3)
3	5	3
1	5	5
	1	5

$$\text{EBOB}(108, 90) = 2 \cdot 3^2 = 18$$

$$\text{EKOK}(108, 90) = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 = 540$$

108	90	6
18	15	3
(6)	(5)	

veya

108	90	9
12	10	2
(6)	(5)	

veya

108	90	18
(6)	(5)	

6 ve 5'in başka ortak böleni yoktur.

$$\text{EBOB}(108, 90) = 6 \cdot 3 = 9 \cdot 2 = 18$$

Algoritmanın sağındaki ortak çarpanlar ile altta elde edilen sayıların çarpımı **EKOK** değerini verir.

$$\text{EKOK}(108, 90) = 18 \cdot 6 \cdot 5 = 540$$

➡ 96 ve 144 sayılarının EBOB ve EKOK değerlerini bulunuz.



Roket Bilgi

Birbirinin katı olan pozitif tam sayılar için, küçük olan bu sayıların EBOB değerine, büyük olan bu sayıların EKOK değerine eşittir.

➡ Aşağıda istenilen değerleri bulunuz.

$$\text{EBOB}(35, 70) = 35$$

$$\text{EBOB}(80, 240) = \dots\dots\dots$$

$$\text{EBOB}(100, 500) = \dots\dots\dots$$

$$\text{EKOK}(35, 70) = 70$$

$$\text{EKOK}(80, 240) = \dots\dots\dots$$

$$\text{EKOK}(100, 500) = \dots\dots\dots$$

➡ Aşağıda verilen sayıların EBOB ve EKOK değerlerini bulunuz.

36 48 |

EBOB (48, 36) =

EKOK (48, 36) =

45 90 |

EBOB (45, 90) =

EKOK (45, 90) =

102 68 |

EBOB (102, 68) =

EKOK (102, 68) =

105 75 |

EBOB (105, 75) =

EKOK (105, 75) =

1200 900 |

EBOB(1200, 900) =

EKOK(1200, 900) =

196 112 |

EBOB(196, 112) =

EKOK(196, 112) =

➡ EBOB (70, 80) + EKOK (12, 48) işleminin sonucu kaçtır?

➡ $\frac{270}{a}$ ve $\frac{330}{a}$ sayıları birer doğal sayı olduğuna göre, a sayısının en büyük değeri kaçtır?



Roket Bilgi

Asal çarpanlarının çarpımı biçiminde verilen iki sayının EBOB'u bulunurken aynı tabanlı asal çarpanlardan üssü küçük olan, EKOK'u bulunurken tüm asal tabanlar ve büyük olan üsler alınır.

➡ $M = 2^3 \cdot 5^4 \cdot 7^2$ ve $N = 2^4 \cdot 3^5 \cdot 5^2 \cdot 7^2$ sayılarının EBOB ve EKOK değerlerini bulunuz.

EBOB için ortak asal tabanlar belirlenir: 2, 5 ve 7

Bu tabanlardan küçük üsse sahip olanlar alınır.

$$\left. \begin{array}{l} \text{EBOB için ortak asal tabanlar belirlenir: 2, 5 ve 7} \\ \text{Bu tabanlardan küçük üsse sahip olanlar alınır.} \end{array} \right\} \text{EBOB (M, N)} = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7^2$$

EKOK için tüm asal tabanlar ve büyük üsse sahip olanlar alınır. $\Rightarrow \text{EKOK (M, N)} = 2^4 \cdot 3^5 \cdot 5^4 \cdot 7^2$

➡ $K = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^6$ ve $L = 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^3$ sayılarının EBOB ve EKOK değerlerini bulunuz.

DİKKAT!

- Ardışık 2 sayının EBOB değeri 1, EKOK değeri sayıların çarpımıdır.
- Ardışık tek sayıların EBOB değeri 1, EKOK değeri sayıların çarpımıdır.
- Ardışık çift sayıların EBOB değeri 2'dir.

$$\rightarrow \text{EBOB } (17, 18) = 1$$

$$\text{EKOK } (17, 18) = 17 \cdot 18 = 306$$

$$\rightarrow \text{EBOB } (25, 27) = 1$$

$$\text{EKOK } (25, 27) = 25 \cdot 27 = 675$$

$$\rightarrow \text{EBOB } (24, 26) = 2$$

**Roket Bilgi**

İki pozitif tam sayının çarpımı, bu sayıların EBOB ile EKOK değerlerinin çarpımına eşittir.

$$A \cdot B = \text{EBOB } (A, B) \cdot \text{EKOK } (A, B)$$

➡ Ardışık iki çift doğal sayının çarpımı 360 ise bu sayıların EKOK değeri kaçtır?

$$A \cdot B = \text{EBOB } (A, B) \cdot \text{EKOK } (A, B)$$

$$360 = \underbrace{2}_{\text{Ardışık çift sayıların EBOB'u 2'dir.}} \cdot \text{EKOK } (A, B) \Rightarrow \text{EKOK } (A, B) = 180$$

Ardışık çift sayıların EBOB'u 2'dir.

➡ Aşağıda verilen sayılara ait EBOB veya EKOK değerlerini bulunuz.

$$\text{EBOB } (20, 21) = \dots\dots\dots$$

$$\text{EBOB } (48, 50) = \dots\dots\dots$$

$$\text{EBOB } (51, 53) = \dots\dots\dots$$

$$\text{EKOK } (1, 18) = \dots\dots\dots$$

$$\text{EKOK } (8, 9) = \dots\dots\dots$$

$$\text{EKOK } (13, 15) = \dots\dots\dots$$

➡ EBOB'u 1, EKOK'u 72 olan iki sayının toplamının alabileceği en büyük ve en küçük değerler nelerdir?



1. 18 ve 27 sayılarının EKOK değeri ile EBOB değeri arasındaki fark kaçtır?

- A) 9 B) 36 C) 45 D) 63

2. 12 ve 20 sayılarının 400'e en yakın ortak katı kaçtır?

- A) 420 B) 380 C) 360 D) 60

3.

A	D	2
B	D	5
C	E	5
1	F	7
	1	

 Yanda verilen çarpan algoritmasında her harf farklı bir sayıyı göstermektedir.

Buna göre, $(A + D)$ ve $(B + D)$ sayılarının EBOB'u hangi harfin değerine eşittir?

- A) A B) B C) D D) F

4. İki doğal sayıdan biri diğerinin 5 katıdır.

Bu sayıların EBOB'u 8 olduğuna göre, EKOK'u kaçtır?

- A) 16 B) 24 C) 32 D) 40

5. $\frac{240 - a}{9}$ ve $\frac{240 - a}{12}$ sayıları birer doğal sayı belirttiğine göre, a doğal sayısı en az kaçtır?

- A) 16 B) 24 C) 32 D) 60

6. Aşağıda verilen bilgilerden hangisi yanlıştır?

- A) A ve $(A + 1)$ sayılarının EBOB'u 1'dir. ($A > 0$)
 B) İki doğal sayının EKOK'u çarpımlarına eşit ise bu sayılar ardışık olabilir.
 C) En büyük iki rakamın EKOK'u 72'dir.
 D) En küçük pozitif iki rakamın EBOB'u 2'dir.

7. EBOB'ları 1 olan iki sayıdan biri 36'dır.

Bu iki sayının EKOK'u 900 olduğuna göre, diğer sayı kaçtır?

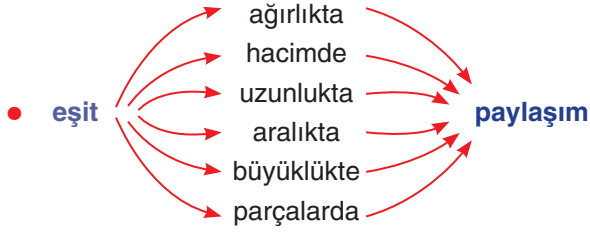
- A) 20 B) 25 C) 27 D) 35

8. $A = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^6$ ve $B = 2 \cdot 3^7 \cdot 5^2$ olduğuna göre EBOB(A, B) kaçtır?

- A) $2^2 \cdot 3^7 \cdot 5^6$ B) $2 \cdot 3^5 \cdot 5^6$
 C) $2 \cdot 3^5 \cdot 5^2$ D) $2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^2$



EBOB Problemleri

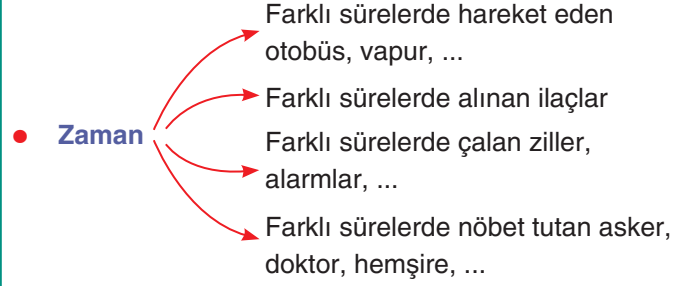


- $\frac{A}{x}, \frac{B}{x} \rightarrow$ Farklı sayıların eş bölenleri
- Dikdörtgensel bölgeleri karesel bölgelere, prizmaları küçük küplere ayırma
- Farklı miktarda ücretlerin, eşit taksit miktarları ile ödenmesi
- Farklı türdeki çiçeklerin, eşit sayılarda kullanılarak demetler yapılması
- Farklı sayıdaki öğrencilerin eşit sayıda öğrenci içeren gruplara ayrılması

⋮

* Bütünü parçalamak – Parçayı oluşturmak

EKOK Problemleri



- $\frac{A}{5}, \frac{A}{6} \rightarrow$ Farklı bölenleri verilen sayı
- Dikdörtgensel bölgeleri birleştirerek karesel bölgeler, prizmaları birleştirerek küp yapma
- Farklı taksit miktarları ile ödenen ücret toplamının eşit olması
- Farklı sayılarda kullanılarak oluşturulan çiçek demetlerine göre toplam çiçek sayısı
- Farklı sayıda öğrenci gruplarına ayrılabilen öğrencilerin tamamını bulma

⋮

* Bütünü oluşturmak – Parçayı birleştirmek

➡ Kuru bakliyat satışı yapılan bir dükkanda bulunan 48 kg fasülye ve 60 kg nohut birbirine karıştırılmadan ve hiç artmayacak biçimde eşit ağırlıkta paketlere konularak satılacaktır.

– Paketlerin ağırlığı en çok kaç kg olabilir?

– Paketleme işlemi için en az kaç pakete ihtiyaç vardır?

“... eşit ağırlıkta paketlere konularak ...” ifadesi başta verilen “bütünü parçalara bölmeyi” yani sorunun EBOB sorusu olduğunu anlatır.

48	60	2	⇒ Sadece ortak bölenler yazılarak EBOB bulunur. EBOB değeri paketlerin en büyük ağırlık değeridir.
24	30	2	
12	15	3	

EBOB (48, 60) = $2^2 \cdot 3 = 12$ kg

4	5	→ Altta elde edilen değerler paket sayılarını verir ⇒ 4 paket fasülye, 5 paket nohut
---	---	--

4 + 5 = 9 pakete ihtiyaç vardır.



➔ Aynı hastanede çalışan doktor Emre 9 günde bir, hemşire Melike ise 6 günde bir hastanenin acil servisinde nöbete kalmaktadır. Doktor ve hemşire birlikte ilk kez Salı günü nöbet tutmuştur.

- a) En az kaç gün sonra tekrar birlikte nöbet tutarlar?
- b) Tekrar birlikte tutacakları ilk nöbet hangi güne denk gelir?
- c) Birlikte 3. nöbetlerini hangi gün tutarlar?

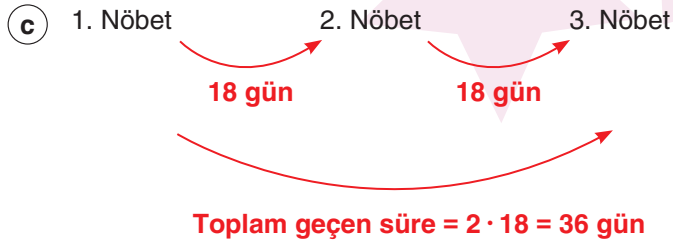
Doktorun ve hemşirenin nöbetleri tutarken toplam geçirdikleri süre 9 ve 6'nın katlarıdır. Dolayısıyla soru EKOK sorusudur.

a)
$$\begin{array}{r|l} 9 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{array} \Rightarrow \text{EKOK } (9, 6) = 2 \cdot 3^2 = 18 \text{ gün sonra tekrar nöbet tutarlar.}$$

b)
$$\begin{array}{r|l} 18 & 7 \\ - 14 & 2 \\ \hline & 4 \end{array} \rightarrow 1 \text{ hafta 7 gün olduğuna için 7'ye bölünür.}$$

$$\begin{array}{r|l} 18 & 7 \\ - 14 & 2 \\ \hline & 4 \end{array} \rightarrow \text{Salıdan sonra 4 gün sayılır: Salı, Çarşamba, Perşembe, Cuma, Cumartesi}$$

Tekrar ilk nöbeti Cumartesi günü tutarlar.



3. nöbet için $18 \cdot 3 = 54$ demiyoruz.
 3. nöbet için 2 kez 18 günlük ara olur.

$$\begin{array}{r|l} 36 & 7 \\ - 35 & 5 \\ \hline & 1 \end{array}$$

Salı → Çarşamba

1

3. nöbeti birlikte Çarşamba günü tutarlar.



➔ Bir kırtasiyede yapılan kampanyaya göre tüm tükenmez kalemelerin satış fiyatı eşit olacak şekilde ayarlanmıştır. Bu kırtasiyede bir ayda yapılan kırmızı ve siyah tükenmez kalemelerin satışından elde edilen gelirler sırasıyla 156 ₺ ve 288 ₺'dir.

Tükenmez kalemelerin satış fiyatı ₺ cinsinden bir tam sayı olduğuna göre, satış adetleri arasındaki fark en az kaçtır?

- Kalemelerin satış fiyatı x ₺ olsun. Bu durumda x , hem 156'nın hem de 288'in bir ortak bölenidir.
- Satış adetleri arasındaki farkın en az olabilmesi için x , ortak bölenlerin en büyüğü olmalıdır. Dolayısıyla soru **EBOB** sorusudur.

156	288	2
78	144	2
39	72	3
13	24	

} EBOB (156, 288) = $2^2 \cdot 3 = 12$ ₺ → Kalemelerin satış fiyatı

$\frac{156}{12} = 13$ adet kırmızı $\frac{288}{12} = 24$ tane siyah

Ortak böleni olmayan bu satır bize kalem sayılarını verir. 24 adet siyah
13 adet kırmızı $\text{Fark} = 24 - 13 = 11$ adet



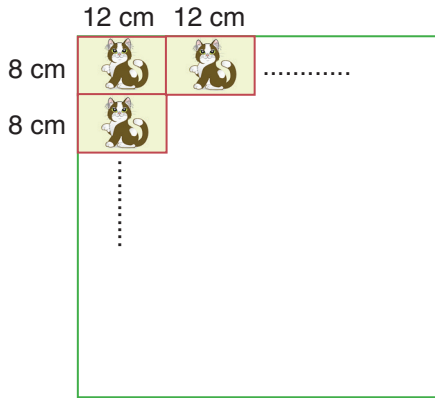
12 cm



8 cm

Yanda verilen dikdörtgen şeklindeki etkinlik kartlarını kullanan Kıvanç, bu kartları üst üste gelmeden birer kenarlarından çakıştırarak yan yana ve alt alta diyor.

Dizme işlemi sonunda elde ettiği büyük şekil, bir kenar uzunluğu 1 metreden az olan bir karedir. Buna göre, bu karenin bir kenar uzunluğu en fazla kaç cm'dir?



Karenin bir kenar uzunluğu
 x cm olsun.

x uzunluğu hem 12'nin hem de 8'in bir katıdır. Dolayısıyla soru **EKOK** sorusudur.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 8 \\ 3 & 2 \\ 1 & 2 \\ & 1 \end{array} \Rightarrow \text{EKOK} (8, 12) = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$$

1 metreden az olması lazım $\Rightarrow 24, 48, 72, \textcircled{96}, 120 \dots$

En fazla 96 cm'dir.



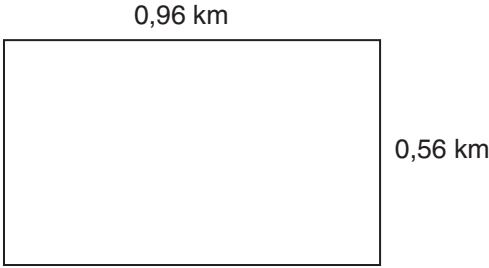
1. Bir sınıftaki öğrenciler grup çalışmaları için her biri üçer kişilik veya her biri beşer kişilik olan gruplara ayrılabilir.

Gruplama yaparken her öğrenci 1 gruba dahil oluyor ve açıkta öğrenci kalmıyor.

Sınıf mevcudu 50'den fazla olduğuna göre, bu sınıfta en az kaç öğrenci vardır?

- A) 45 B) 60 C) 75 D) 90

2.



Yukarıda kenar uzunlukları verilen dikdörtgen şeklindeki bahçenin etrafına köşelere de gelmek şartıyla metre cinsinden eşit aralıklarla direkler dikilecektir.

Her bir direğin dikilme maliyeti 150 ₺ olduğuna göre, tüm direklerin dikilme maliyeti en az kaç ₺'dir?

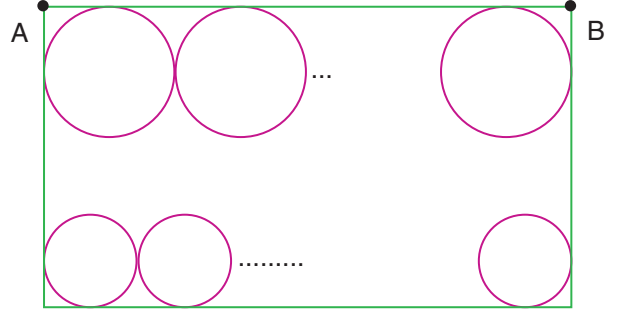
- A) 2 850 B) 3 200 C) 4 850 D) 5 700

3. Bir çiçekçi elindeki gülleri on ikişerli veya on beşerli demetler haline getirdiğinde her seferinde 8 gül artıyor.

Çiçekçinin elinde 200'den az gül olduğu bilindiğine göre, en fazla kaç adet gül vardır?

- A) 188 B) 180 C) 68 D) 60

4. Yarı çapı r olan çemberin çevresi $2\pi r$ 'dir.



Yukarıda bir binanın zemininin üstten görünümü verilmiştir.

Zeminde bulunan çember desenler A noktası hizasından başlayarak B noktası hizasına kadar aralarında hiç boşluk olmayacak şekilde ve üst üste gelmeden çizilmiştir.

Büyük çemberlerin çevresi 270 cm ve küçük çemberlerin çevresi 120 cm'dir.

A ve B noktaları arası 10 metreden fazla olduğuna göre, çizilen küçük çemberlerin sayısı büyük çemberlerin sayısından en az kaç fazladır? ($\pi = 3$ alınız.)

- A) 10 B) 15 C) 27 D) 39

5.

30 cm ²	A cm ²	18 cm ²
28 cm ²		
35 cm ²	B cm ²	42 cm ²

Yukarıda bir dikdörtgenin farklı dikdörtgensel bölgelere ayrılmış hali verilmiştir.

Her dikdörtgenin kenar uzunluğu cm cinsinden bir tam sayı ve 1 cm'den büyük olduğuna göre, A + B ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 187 B) 117 C) 57 D) 46



6. A $\triangleup$ B : A ve B sayılarının en küçük ortak katı

A $\triangledown$ B : A ve B sayılarının en büyük ortak böleni

Pozitif doğal sayılar üzerinde $\triangleup$ ve $\triangledown$ işlemleri yukarıdaki gibi tanımlanıyor.

Buna göre $36 \triangleup (90 \triangledown 75)$ işleminin sonucu kaçtır?

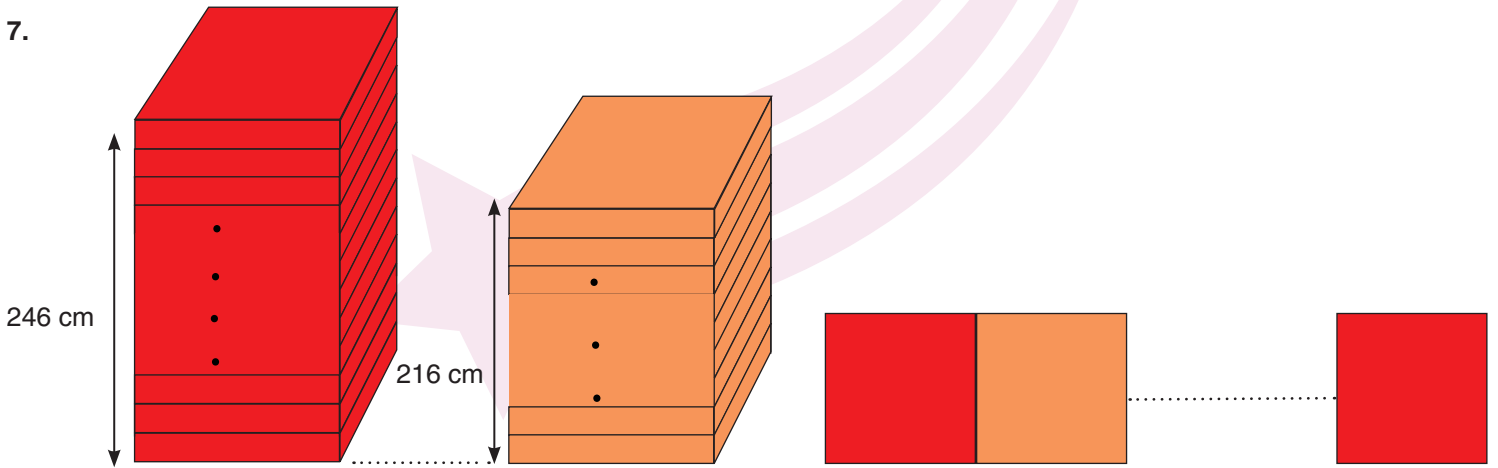
A) 180

B) 108

C) 72

D) 18

7.



Yukarıda taban alanları eşit, yükseklikleri 246 cm ve 216 cm olan kare prizma şeklindeki tahta bloklar verilmiştir. Bu bloklar tabanlarına paralel olacak biçimde kesilerek en az sayıda eşit kalınlıkta parçalar elde ediliyor. Elde edilen parçalar sırasıyla kırmızı, turuncu, kırmızı, turuncu, ... , kırmızı sırasıyla, aynı renk parçalardan biri bitene kadar yan yana diziliyor.

Buna göre, artan parça sayısı ve rengi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) 5 parça, kırmızı

B) 4 parça, kırmızı

C) 5 parça, turuncu

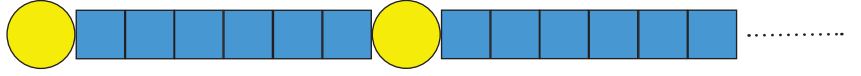
D) 4 parça, turuncu



8.

	Adet	Ağırlık (g)
Mavi	110	2
Kırmızı	80	3
Sarı	50	3

1. Kolye



2. Kolye



Hatice ağırlıkları ve adetleri yukarıda verilen mavi, kırmızı ve sarı boncukları kullanarak 2 farklı kolye yapıyor.

Birinci kolyede sırasıyla 1 sarı, 6 mavi boncuk, ikinci kolyede sırasıyla 1 sarı, 5 kırmızı boncuk olacak biçimde boncukları diziyo.

Her iki kolyede kullandığı boncukların toplam ağırlıkları birbirine eşit ve 250 gram ile 300 gram arasındadır.

Buna göre, Hatice'nin yaptığı birer kolye sonrasında elinde kalan toplam boncuk sayısı kaçtır?

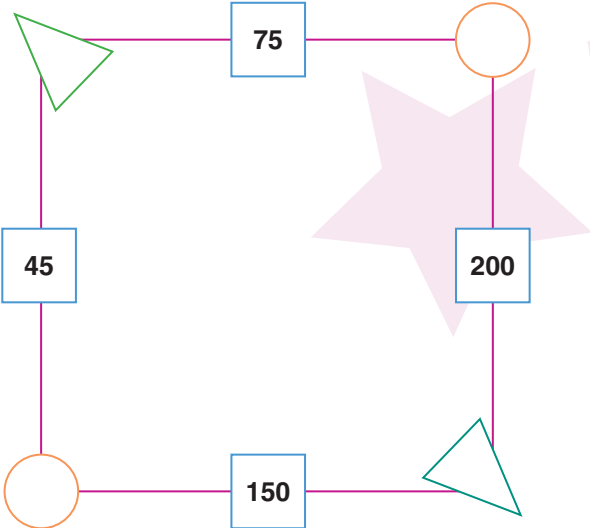
A) 36

B) 30

C) 24

D) 21

9.



Yandaki şekilde verilen daireler temas ettiği iki karenin içerisinde yazan sayıların EBOB'una, üçgenler ise temas ettiği iki karenin içerisinde yazan sayıların EKOK'una eşittir.

Buna göre, üçgenler içerisinde yazan sayıların toplamı ile daireler içerisinde yazan sayıların toplamının farkı kaçadır?

A) 865

B) 785

C) 625

D) 485



10.

	1. Öğrenci	2. Öğrenci	3. Öğrenci	4. Öğrenci	5. Öğrenci
1					
2	S				
3		P			
4	S		A		
5				C	
6	S	P			E
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...

Yeterli sayıda satıra sahip yukarıdaki tabloda;

- 1. öğrenci 2'nin katı olan satırlara S harfi,
- 2. öğrenci 3'ün katı olan satırlara P harfi,
- 3. öğrenci 4'ün katı olan satırlara A harfi,
- 4. öğrenci 5'in katı olan satırlara C harfi,
- 5. öğrenci 6'nın katı olan satırlara E harfi

yazıyor.

Buna göre, yan yana gelen harflerin 2. kez "SPACE" kelimesini oluşturduğu satıra kadar kaç satırda sadece P ve C harfi aynı satırda bulunmuştur?

A) 10

B) 8

C) 6

D) 4

Cevap anahtarı ve
çözümler için



Bu fasiküle ait konu anlatımı ve etkinliklerin çözümü için
Tıklayın veya QR Kodu Okutun



Kavrama Gezegeni ve LGS Gezegeni
Cevap Anahtarı ve Soru Çözümleri İçin
Tıklayın veya QR Kodu Okutun

